

# 飛翔中のサッカーボールに働く流体力

## Aerodynamic force on soccer ball in flight

発表者： 荒木田 祐希

指導教員： 坪井 一洋

### 1 はじめに

サッカーボールなど飛翔しているボールでは、ボールの空力特性が軌道に大きな影響をもたらす。例えば近年ではサッカーボールの軌道が注目され、無回転シュートに関する研究やサッカーボールの空力係数に関する研究も行われている<sup>[1]</sup>。

このような研究では一般的に風洞実験が利用される。しかし、風洞実験ではボールを固定するための支えや、ボールを回転させるための装置が必要となるため、ボールの空力係数を正確に求めることは容易ではない。さらに風洞実験では実験条件が飛翔中の条件と一致しない可能性がある<sup>[2]</sup>。

そこで今回は風洞実験とは異なる方法として、撮影された動画像の位置データから空力係数を評価する手法を試みる。

### 2 空力係数の推定法

鉛直上向きを $z$ 軸とし、初速度が $x-z$ 平面に含まれるように $x$ 軸を定義する。以下ではボールはこの2次元平面内で運動すると仮定する。

ボールに速度の2乗に比例する抵抗と揚力が働くとき、ボールの重心の運動方程式は次式で与えられる。

$$m \frac{du}{dt} = -kqu - lqw \quad (1)$$

$$m \frac{dw}{dt} = -kqw + lqu - mg \quad (2)$$

ここで $(x, z)$ は重心の位置ベクトル、 $(u, w)$ は速度ベクトル、 $q(=\sqrt{u^2 + w^2})$ は速度の大きさ、 $m$ は質量、 $g$ は重力加速度である。

さらに、(1)式と(2)式の $k$ および $l$ は次式で示す抵抗と揚力の比例定数である。

$$\begin{cases} k = \frac{1}{2} \rho \frac{\pi}{4} d^2 C_D \\ l = \frac{1}{2} \rho \frac{\pi}{4} d^2 C_L \end{cases} \quad (3)$$

ただし、 $d$ はボールの直径、 $\rho$ は空気密度、 $C_D$ と $C_L$ は無次元の抵抗係数と揚力係数である。

ここで(1)式の両辺に $w$ 、(2)式の両辺に $u$ をかけて差をとると、揚力 $l$ について(4)式の関係式が導かれる。

$$l = \frac{m}{q^3} \left( u \frac{dw}{dt} - w \frac{du}{dt} + gu \right) \quad (4)$$

また(1)式の両辺に $u$ 、(2)式の両辺に $w$ をかけてまとめると、抵抗 $k$ について(5)式の関係式が導かれる。

$$k = -\frac{m}{q^3} \left( u \frac{du}{dt} + w \frac{dw}{dt} + gw \right) \quad (5)$$

### 3 空力係数の推定

#### 3.1 最大高さ付近の軌道データ

軌道データは撮影された13個の動画像から求めた<sup>[2]</sup>。これは地面に置かれたサッカーボールを蹴り、その軌道を動画像として撮影したものである。ボールが映り始めた位置を原点、画面から出た位置を終点とした。

しかし、この軌道データの元となった画面には傾きが生じており、 $x$ 軸、 $z$ 軸の位置データは正確ではない。そこで13個それぞれの画面の傾きを測定し、座標の補正を行った。各データの画像の傾き角はおおよそ $1.6^\circ \sim 1.9^\circ$ である。

図1はデータNo.3の補正前と補正後の軌道である。その結果、軌道は下方に補正された。他の全データでもこれと同じ傾向となった。

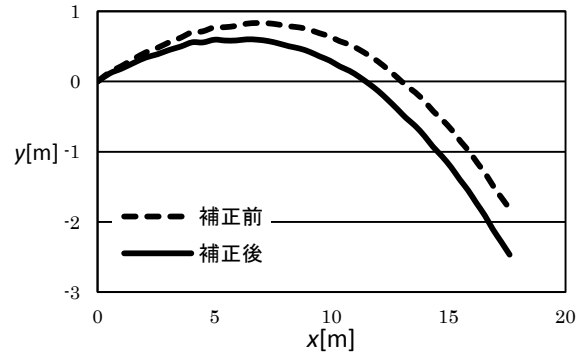


図1 軌道データ補正例 (No. 3)

図2は図1の補正後の軌道データをもとに従来法で抵抗係数を推定したものと、最小二乗法で抵抗係数を推定したものである。ここで「従来法」とは補間区間の中央点と両端の3点のデータを用いて補間している。最小二乗法では、区間内のすべての点を用いて近似している。

横軸のレイノルズ数 $Re$ は速度を無次元で表したものであり、(6)式で定義される。ここで、 $\nu$ は動粘性係数で一般に、 $\nu = 1.512 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$  ( $20^\circ\text{C}$ , 1気圧)である。

$$Re = \frac{qd}{\nu} \quad (6)$$

従来法において補正後の抵抗係数は補正前に比べ大きくなった。さらに、最小二乗法の抵抗係数は従来法の抵抗係数に比べ誤差が少ないことが分かる。他のデータでもこれらと同じ傾向が見られた。

揚力係数に関しては補正後の影響は少なかった。また、最小二乗法の推定結果と従来法の揚力係数を比較すると抵抗係数と同じく誤差が小さくなった。

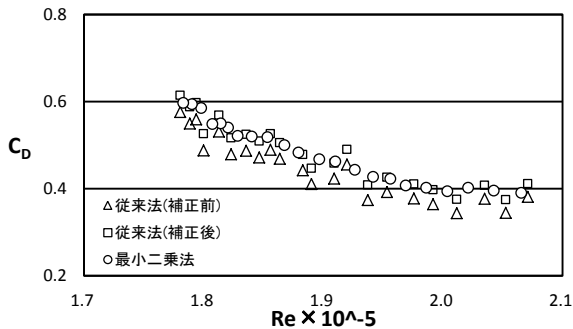


図2 抵抗係数の比較(No. 3)

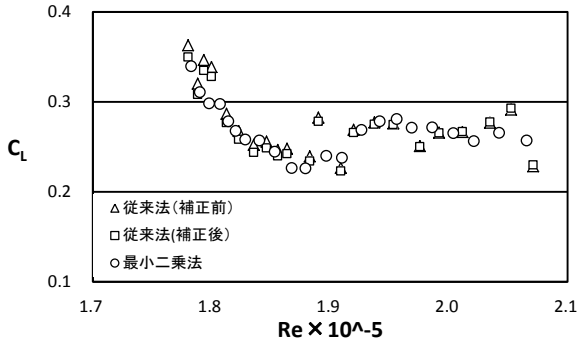


図3 揚力係数の比較(No. 3)

図4と図5に13個のデータすべての空力係数をまとめた。今回の13個のデータについて注目すると、レイノルズ数が増加するほど抵抗係数が減少していることがわかる。さらに、図中の点線に注目すると、これより下方に分布したデータ群にはドラッグクライシスのような現象が起こっている。一方、点線より上方にあるデータ群からは抵抗係数の緩やかな変化が見られる。

揚力係数はレイノルズ数が小さいときの変化が急激で、レイノルズ数が増加するほど変化は少なくなる。

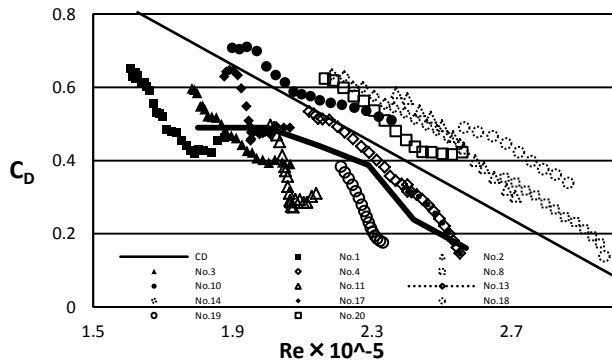


図4 抵抗係数の推定結果(13データ)

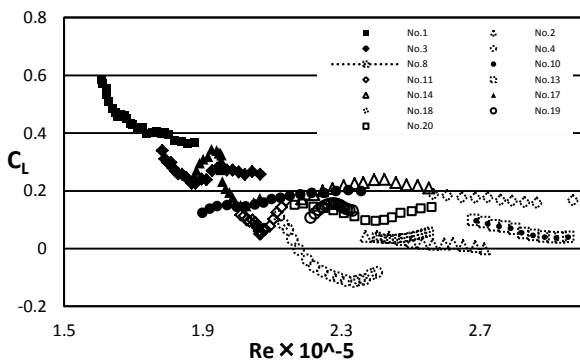


図5 揚力係数の推定結果(13データ)

### 3.2 全軌道のデータ

図6はサッカーのゴールキックの蹴り始めから地面に落下するまでの軌道を示している<sup>[3]</sup>。この軌道データより最小二乗法を用いて推定した空力係数を図7と図8に示す。レイノルズ数が減少するほど空力係数はそれぞれ増加していることがわかる。

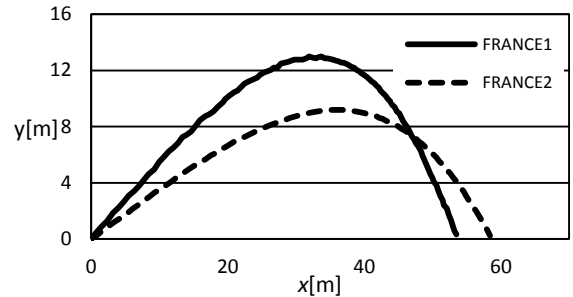


図6 ゴールキックの全軌道<sup>[3]</sup>

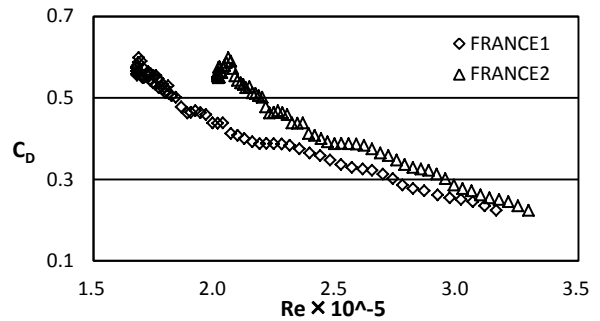


図7 ゴールキックの抵抗係数

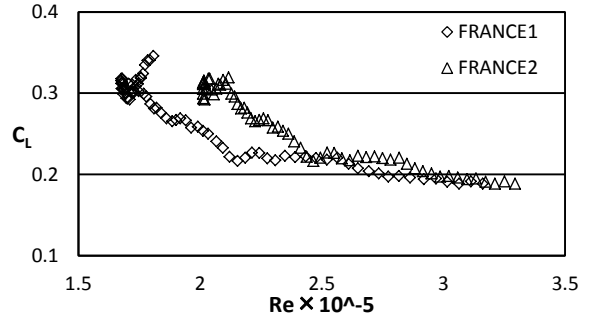


図8 ゴールキックの揚力係数

### 4 まとめ

本研究では、飛行中のサッカーボールに働く空力係数を位置情報から推定する方法を検証した。最小二乗法の空力係数と従来法の空力係数を比較すると最小二乗法の抵抗係数は誤差が少なくなった。

飛行中のサッカーボールの空力係数をまとめると、抵抗係数では2つの傾向が見られた。1つはドラッグクライシスのような現象が発生しており、もう一方では抵抗係数の変化は緩やかとなっていた。また、揚力係数はレイノルズ数が小さいところで急激に減少し、その後変化は緩やかであった。

#### 参考文献

- [1]浅井武, 瀬尾和哉, 小林修, サッカーボールの空力特性に関する研究, 体育学研究, VOL.52, No.1(2007)
- [2]Kazuhiro Tsuboi and Kaito Yasuda: "Aerodynamic Coefficients Estimation based on Local Geometry of Ball Trajectory" Proceeding of IACSS 2014 Darwin Conference, 2014
- [3]Caroline Cohen, Baptiste Darbois-Texier, Guillaume Depeux, Eric Brunel, David Quere and Christophe Clanet: "The aerodynamic wall" Proc. R. Soc. A470:20130497, 2013