

近似ベイズ計算によるパラメータ推定への初期条件の影響

Effect of initial conditions on parameter estimation by Approximate Bayesian Computation

発表者： 19T1105T 福岡 慎也

指導教員： 坪井 一洋

1. はじめに

科学技術の発展は、自然界で起こる複雑な物理現象を私たちが理解しやすい数式という形で明瞭化し、定量的な予測を可能にしたところにある。物理現象は常微分方程式や遅延微分方程式、または確率微分方程式によってモデル化できる。このようなモデル化された数式にはパラメータに関して信頼できる情報が不足している。

本研究では、ボールに働く流体力のパラメータである、空力係数の推定を取り上げた。実測データから空力係数を推定する際、初期条件の誤差の影響が大きい[1]。近似ベイズ計算法(Approximate Bayesian Computation, 以下 ABC 法と呼ぶ)[2]は誤差を含むデータから確率的手法を用いてパラメータ推定することが可能である。そこで本研究では ABC 法で推定を行う際に初期条件の差異がパラメータ推定に及ぼす影響を調べる。

2. 近似ベイズ計算と空力推定

2.1 運動方程式

空中を飛翔しているボールには、その速度の 2 乗に比例する抵抗と揚力が働くので、運動方程式は次式となる。

$$\frac{du}{dt} = -\frac{\rho S C_D}{2m} qu - \frac{\rho S C_L}{2m} qw \quad (1)$$

$$\frac{dw}{dt} = -\frac{\rho S C_D}{2m} qw + \frac{\rho S C_L}{2m} qu - g \quad (2)$$

ここで、速度ベクトルを (u, w) とおき $q = \sqrt{u^2 + w^2}$ である。また、 m と S はボールの質量と投影断面積、 g は重力加速度、 ρ は空気密度、 C_D と C_L はそれぞれ抵抗係数と揚力係数である。

2.2 ABC 法

ベイズ統計学において尤度は計算上扱いにくく、コストがかかる。ABC 法は尤度の計算を回避して確率分布を推定する方法である[2]。本研究では ABC 法で最も簡単な棄却サンプリング法(Rejection Sampler, 以下 RS 法と呼ぶ)を用いる。乱数で生成した C_D と C_L を(1)式と(2)式に代入し、軌道を求める。そして、得られた軌道と実測データから距離関数を計算し、距離関数の値が閾値以下であればその C_D と C_L を受理する。この手順を繰り返すことで、 C_D と C_L の確率分布が求まる。

3. 初期条件が確率分布に及ぼす影響

初期条件として $(u, w) = (20.0, 15.0)$ 、 $C_D = 0.4$ と $C_L = 0.1$ を与え、ボールが頂点に到達するまでの短い軌道と、ボールが落下するまでの長い軌道を計算する。これら 2 つの軌道に対して初速度に人為的に誤差を与えて RS 法で推定する。閾値は 2.0、サンプル数は 1000 とした。

Fig. 1 と Fig. 2 は横軸に初速度 q の誤差 Δq 、縦軸は確率分布から求めた C_D と C_L の平均値の変化量 ΔC_D と ΔC_L を示す。Fig. 1 が短い軌道、Fig. 2 が長い軌道での推定結果である。この結果より、初速度と抵抗係数には正の比例関係があった。さらに、初速度の水平成分と揚力係数には正の比例関係、初速度の鉛直成分と揚力係数には負の比例関係があった。また、短い軌道のほうが空力係数の変化が大きいう結果が得られた。

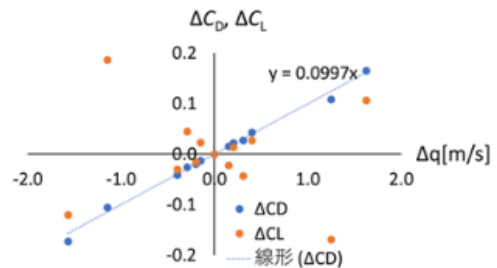


Fig. 1 Effect of the error in initial speed(short range)

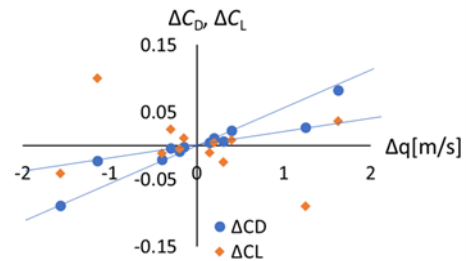


Fig. 2 Effect of the error in initial speed(long range)

4. まとめと今後の課題

本研究では、ABC 法によるパラメータの推定において初期条件の差異が結果に及ぼす影響について調査した。基準となる軌道を作成し、その軌道に対して初速度に誤差を与えて空力係数を推定した。その結果、長い軌道より短い軌道で空力係数の変化が大きくなった。また、初速度の水平成分の誤差が抵抗係数に、鉛直成分の誤差が揚力係数により大きな影響を与えることがわかった。

本研究では計算軌道を使用した。今後は実測データの初期条件に含まれる誤差の影響を解明する必要がある。

参考文献

- [1] Lieberman, B. B., : Estimating lift and drag coefficients from golf ball trajectories, Science and golf(1990), pp. 187–192.
- [2] Toni. T et al : Journal of the Royal Society Interface, 6 (2009), pp.187-202.