

# 運動する回転球内の加速度シミュレーション

## Acceleration simulation in rotating spheres in motion

発表者： 桧山 莉央 指導教員： 坪井 一洋

### 1 はじめに

スポーツの球技では、さまざまなボールが使われている。それらの多くは、飛翔中に周囲の流体から流体力を受け、ボールの運動に対して影響を与える。この流体力はボールの回転運動と関わりがあるため、飛翔状態でその回転特性を計測することはボールの流体力を知るうえで重要である。

ボールの回転特性の計測法のひとつとして、加速度センサ内蔵ボールを用いた方法がある。ボール内に配置されたセンサの加速度出力から回転軸や角速度などを求めるアルゴリズムが開発され、その有効性が示されている[1]。また、ボールの回転特性とボールに作用する流体力を比較検討することで、非定常流体力の解明につなげる試みがなされている。

しかし、センサ出力については不明な点も多い。とくに、センサに作用する並進加速度ベクトルの成分を求める方法が分かっていない。

本研究では、並進と回転運動をともなう球の加速度を定式化し、センサ出力のシミュレータを作成する。そして飛翔時のボールに対するシミュレーションを行い、飛翔実験の結果と比較をすることでシミュレータの有効性を示す。

### 2 シミュレータの概要

本研究のシミュレータで使用する式を以下に示す。

$$-[T] = -A\langle F \rangle - (\dot{\Omega} + \Omega^2)[r] \quad (1)$$

式(1)において左辺がセンサ出力、右辺第1項が並進加速度、右辺第2項回転加速度を示す。また、回転行列Aの成分 $a_{ij}$ と角速度行列 $\Omega$ に与えられる角速度ベクトル $\omega(t) = (\omega_1, \omega_2, \omega_3)$ は次式で定義される[2]。

$$a_{ij} = (\delta_{ij} - e_i(t)e_j(t))\cos\theta(t) + e_i(t)e_j(t) + \varepsilon_{ijk}e_k(t)\sin\theta(t) \quad (2)$$

$$\omega_k(t) = e_k\dot{\theta} + \dot{e}_k\sin\theta - \{e \times \dot{e}\}_k\{1 - \cos\theta\} \quad (3)$$

ここで $e(t)$ は回転軸の単位ベクトル、 $\theta(t)$ は回転軸に対して右ねじの向きに測定した回転角で、ともに時間の関数である。式(1)、式(2)および式(3)より、加速度センサ内蔵ボールの出力を再現することができる。

### 3 並進加速度成分のシミュレータ

#### 3.1 並進加速度の定式化

飛翔中のボールには速度の2乗に比例する抵抗や揚力が働くため、重心の運動方程式は非線形となり、その解を解析的に求めることはできない。そこで、ストークスの抵抗法則を用いて運動方程式の線形化を行う。これにより、抵抗に加えて揚力を考慮したシミュレーションが可能になる。

今回想定する投球軌道を図1に示す。図1において、投球時のボールの重心を原点として、水平方向にX軸、鉛直方向にY軸をとる。また、飛翔中の球の速度は、水平方向を $u$ [m/s]、鉛直方向を $v$ [m/s]とする[3]。

このとき、ボールの重心の運動方程式は次式で与えられる。

$$\frac{du}{dt} = -ku - lv \quad (4)$$

$$\frac{dv}{dt} = -kv + lu - g \quad (5)$$

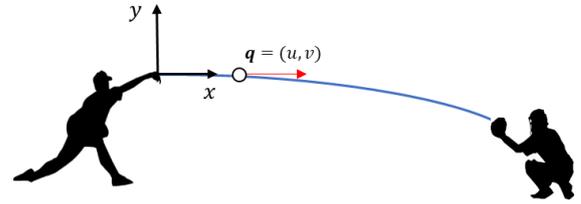


図1 投球軌道

式(4)と式(5)において、 $k$ と $l$ はそれぞれ抵抗と揚力の比例定数であり、次式で定義される。

$$k = \frac{1}{2m}\rho C_D \frac{\pi}{4} d^2 (u_0^2 + v_0^2)^{1/2} \quad (6)$$

$$l = \frac{1}{2m}\rho C_L \frac{\pi}{4} d^2 (u_0^2 + v_0^2)^{1/2} \quad (7)$$

ここで、 $\rho$ は空気密度、 $m$ は球の質量、 $d$ は球の直径である。また、 $C_D$ と $C_L$ は抵抗係数と揚力係数である。また、投球直後の初速度水平成分 $u_0$ と鉛直成分 $v_0$ として定数を置くことにより、運動方程式の線形化を行った。

その結果、加速度はそれぞれ次式で表される。

$$\frac{du}{dt} = e^{-kt}(-ku_0 + lv_0)\cos lt + (kv_0 - lu_0 + g)\sin lt \quad (8)$$

$$\frac{dv}{dt} = e^{-kt}((-kv_0 + lu_0 - g)\cos lt - (ku_0 + lv_0)\sin lt) \quad (9)$$

#### 3.2 軌道の検証

前節で導出した式(8)と式(9)を確認するため、その式から軌道を導出して検証を行う。検証方法として、先行研究で使用されたシミュレーション結果と比較する[4]。先行研究では、抵抗係数のみを考慮した運動方程式を使用して並進加速度の導出を行っている。そのときの並進加速度を次式に示す。

$$\frac{du}{dt} = -ku_0 e^{-kt} \quad (10)$$

$$\frac{dv}{dt} = -(kv_0 + g)e^{-kt} \quad (11)$$

用いるパラメータは $\rho = 1.293 \text{ km/m}^3$ 、 $d = 0.0738 \text{ m}$ 、 $m = 0.145 \text{ kg}$ 、 $u_0 = 17.87 \text{ m/s}$ 、 $v_0 = 2.51 \text{ m/s}$ とする。また、抵抗係数と揚力係数はそれぞれ $C_D = 0.3$ 、 $C_L = 0.0$ とする。これは先行研究で使用したパラメータと同じ値である。

本研究のシミュレータで得られる軌道と先行研究の軌道を図2に示す。図中の点線が本研究で求めた軌道、実線が先行研究の軌道である。両者を比較した結果、導出した軌道の式で先行研究の結果を十分に再現できた。

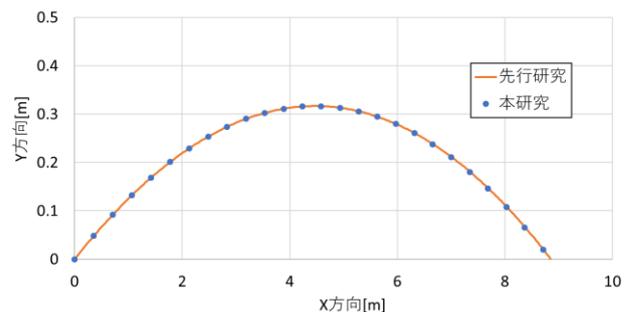


図2 放物線軌道の比較

## 4 シミュレーション

### 4.1 入力条件と投球軌道

式(1)における並進加速度の項を用いてシミュレーションを行う。入力として、飛翔実験で得られたストレートのデータを用いる。初速度に $u_0 = 19.44 \text{ m/s}$ ,  $v_0 = 0.5 \text{ m/s}$ を用いる。また、抵抗係数と揚力係数については、それぞれ $C_D = 0.4$ ,  $C_L = 0.2$ とする。そのほかのパラメータは $\rho = 1.205 \text{ km/m}^3$ ,  $m = 0.161 \text{ kg}$ ,  $d = 0.0738 \text{ m}$ とする。このときの軌道を図3に示す。

回転行列 $A$ に与えるパラメータは実験データから導出した角速度 $\dot{\theta}$ と、回転軸ベクトルの方向余弦 $(e_x, e_y, e_z)$ を用いる[1]。パラメータについてはセンサ出力を時間の2次関数として補間を行なった。その結果、ストレート球では

$$\dot{\theta} = 0.79t^2 - 2.55t + 87.98,$$

$$\begin{pmatrix} e_x \\ e_y \\ e_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.01 \\ -0.04 \\ 0.07 \end{pmatrix} t^2 + \begin{pmatrix} 0.25 \\ 0.07 \\ 0.1 \end{pmatrix} t + \begin{pmatrix} -0.29 \\ 0.96 \\ 0.02 \end{pmatrix},$$

である。

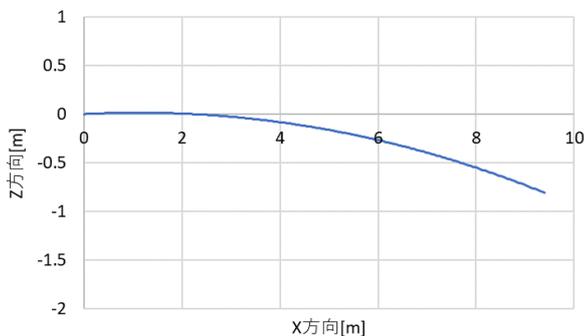


図3 投球軌道の例

### 4.2 比較結果

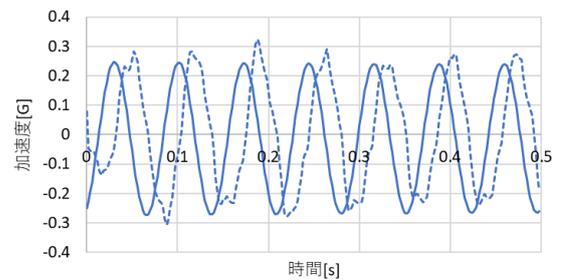
シミュレーション結果と飛翔実験によるセンサ出力を比較した結果を示す。加速度センサ内蔵ボールにはめ込まれているセンサユニットは、低加速度センサをセンサ座標系の原点として、直交するX, Y, Z軸方向に3個の高加速度センサで構成される。ここでは、低加速度センサ(以下 LowX, Y, Z)の結果と比較を行う。

図4は、ストレート球に対するLow X, Low YおよびLow Zセンサの出力例であり、図中の(a)から(c)にそれぞれ対応している。また、実線がシミュレーション結果、点線は飛翔実験で得られた並進加速度の結果である。

各出力結果における振動周期はよく一致している。振動周期は回転行列 $A$ に与える角速度や回転軸に影響される。ここではそれらのパラメータが正しいと考えられる。各出力の振幅についてはセンサ出力と異なる結果となった。パラメータとして与えた抵抗係数と揚力係数が実験下での値と異なるためと考えられる。なお、それぞれの出力結果で位相差が生じたが、これは投球直後のセンサ座標系による影響である。

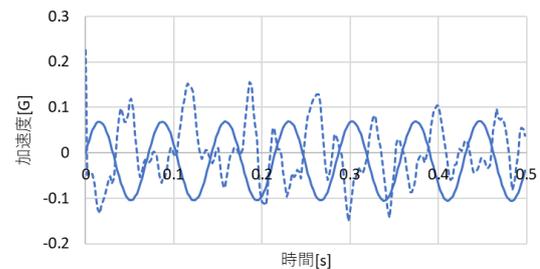
## 5 まとめと課題

本研究では、加速度センサ内蔵ボールの出力を調べるために、並進運動と回転運動をとまなう球の加速度を定式化し、その出力シミュレータを作成した。飛翔する球の運動方程式を線形化することで、軌道に対する並進加速度の式を導出し



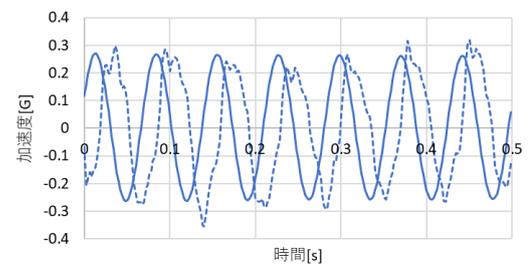
— LowX ——— LowX(実験)

(a) Low X の比較



— LowY ——— LowY(実験)

(b) Low Y の比較



— LowZ ——— LowZ(実験)

(c) Low Z の比較

図4 並進加速度の比較

た。導出した式では、抵抗に加え揚力をパラメータとして用いることが可能になった。導出した式の確認のため、先行研究で求められた軌道と比較を行った。

加速度センサ内蔵ボールを使用した飛翔実験から得られたデータを用いてシミュレーションを行い、センサ出力の並進加速度と比較した。その結果、出力の振動周期が一致した。

今後の課題として、実験からデータで得ることができない抵抗係数や揚力係数について、パラメータスタディを行うことでシミュレーションの出力の変化について検証する。

## 参考文献

- [1] 長岡, 荻野, 坪井, 野田, 姫野, “加速度センサを用いた飛翔中の野球ボールの回転特性計測”, 日本機械学会論文集, 85巻 876号 (2019).
- [2] 高橋康, “物理数学ノート”, 講談社サイエンティフィク (1992), pp. 98-135.
- [3] 坪井一洋, 日本機械学会論文集(C編)78巻 790号, (2012)
- [4] 篠田貴明, “ボールに内蔵された加速度センサの出力シミュレーション”, 茨城大学工学部知能システム工学科卒業論文, (2019).