

軌道計測によるボールに働く力の推定

Estimation of Force acting on Ball by Trajectory Measurement

発表者： 三浦 拓海 指導教員： 坪井 一洋

1 はじめに

空気中を運動するボールに働く力の計測方法として風洞実験がある。風洞実験は、ボールを固定して常に一定の気流を送り、力の測定をしている。このように常に気流が一定な状態を定常流と呼ぶ。一方、実際に運動しているボールの周りの気流は常に変化している。この状態を非定常流と呼ぶ。このように風洞実験と空気中を運動するボールでは気流の条件が異なる[1]。

そこで最近、軌道データから物体に働く力を推定する研究が行われている。この方法は人が投げたボールや、自由落下する物体に働く力を推定するため、より自然に近い環境で力を推定することができ、非定常流体力の解明につながると考えられる。

本研究では加速度センサ内蔵ボールの軌道を撮影し、動画像からボールの位置データをすることで飛行中のボールに働く力を流体力学に基づいて推定した。また、推定した値を加速度センサの出力と比較した。

2 推定法

2.1 力の推定法

鉛直上向きを y 軸，ボールの初速度が x - y 平面に含まれるように x 軸を定義する。

ボールに速度の2乗に比例する抵抗と揚力が働くとき，ボールの運動方程式は次式で与えられる。

$$m \frac{du}{dt} = -kuv - lvw \quad (1)$$

$$m \frac{dw}{dt} = -kvw + lvu - mg \quad (2)$$

ここで (u, w) は速度ベクトル, $v(=\sqrt{u^2 + w^2})$ は速度の大きさ, k, l は抵抗と揚力の比例定数, m は質量, g は重力加速度である。

また，抵抗 D は(1)式に u ，(2)式に w をかけて2式を足してまとめると(3)式になる。

$$D = kv^2 = -\frac{m}{v} \left(u \frac{du}{dt} + w \frac{dw}{dt} + gw \right) \quad (3)$$

揚力 L も，(1)式に w ，(2)式に u をかけて2式を引いてまとめると(4)式になる。

$$L = lv^2 = -\frac{m}{v} \left(-u \frac{du}{dt} + w \frac{dw}{dt} + gw \right) \quad (4)$$

2.2 速度と加速度の推定法

ボールの速度を求めるとき，ボールの位置データを時間の3次関数で近似する最小二乗法を用いる。時刻 t_i における位置データ f_i がボールの軌道から与えられる。位置データを3次関数で近似した際に，時刻 $t_0 = t_i$ が時間の原点になるように時間軸を平行移動した。このとき， $\tau = t_i - t_0$ とにおいて，近似した3次関数は(5)式となる[2]。

$$f_0(\tau) = \frac{1}{6} \ddot{f}_0 \tau^3 + \frac{1}{2} \dot{f}_0 \tau^2 + \dot{f}_0 \tau + f_0 \quad (5)$$

(5)式の近似した3次関数 $f_0(\tau)$ を1階微分したものが速度 v ，2階微分したものが加速度 a となるのでそれぞれは(6)，(7)式ようになる。

$$v(\tau) = \frac{1}{2} \ddot{f}_0 \tau^2 + \dot{f}_0 \tau + \dot{f}_0 \quad (6)$$

$$a(\tau) = \ddot{f}_0 \tau + \ddot{f}_0 \quad (7)$$

3 飛行実験

本実験では，加速度センサ内蔵の野球ボール[3]を用いて飛行実験を行った。図1に示す条件でキャッチボールを行い，その際のボール軌道をデジタルカメラで撮影しその動画像からボールの位置データを計測した。撮影は240 fpsで行った。撮影した動画像からボールの位置座標を読み取るために「PV Studio 2D」という市販のソフトウェアを使用した。また，速度によるボールに働く力の違いを調べるために低速と高速でボールを投げている。

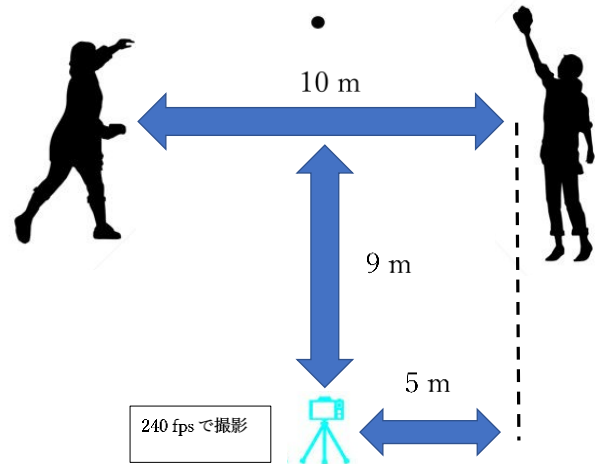


図1 飛行実験の概要

4 結果

飛行実験で得られた位置データから速度と加速度，揚力，空気抵抗を推定した。低速で投げたときを test 1，高速で投げたときを test 2 とする。

図2と図3は test 1 と test 2 の速度とボールの高さのグラフである。どちらの結果も軌道の頂点より前では減速し頂点を過ぎると加速していることが分かる。これは鉛直方向の重力加速度の影響である。

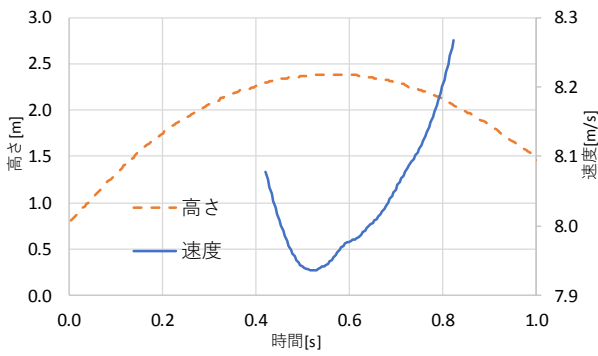


図2 test 1での速度とボールの高さ (低速)

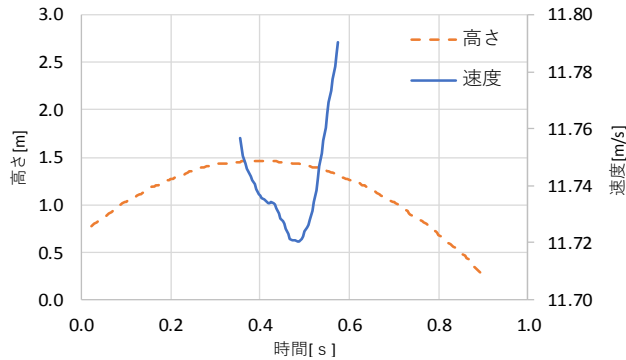


図3 test 2での速度とボールの高さ (高速)

図4と図5は加速度ベクトルのグラフである。図4は、軌道の頂点より前では x 軸、 y 軸方向ともに加速度が増加する。一方、頂点を過ぎると x 軸方向の加速度は減少し y 軸方向は増加していることが分かる。

図5では x 軸の加速度は頂点付近では加速度が増加しそれ以外では減少している。 y 軸方向の加速度は常に増加している。

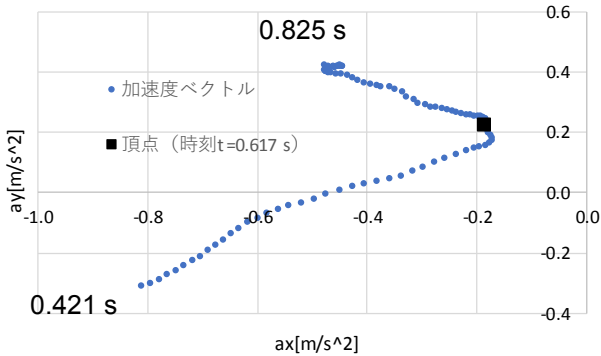


図4 test 1の加速度ベクトル (低速)

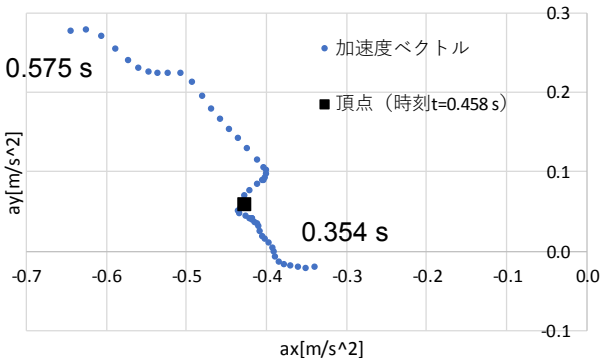


図5 test 2の加速度ベクトル (高速)

図6はtest 1のデータに対して求めた加速度と加速度センサで求めた加速度との比較である。ただし、図6の加速度は加速度センサと比較するために重力加速度を含めない値である。加速度センサで求めた加速度と軌道データから推定した加速度に対して、比較的よく一致する結果を得ることができた。

図7はtest 1の力のベクトルの時間変化である。軌道の頂点より前では空気抵抗は減少し頂点を過ぎると増加する。一方、揚力は常に増加しているが頂点以降ほとんど変化していない。

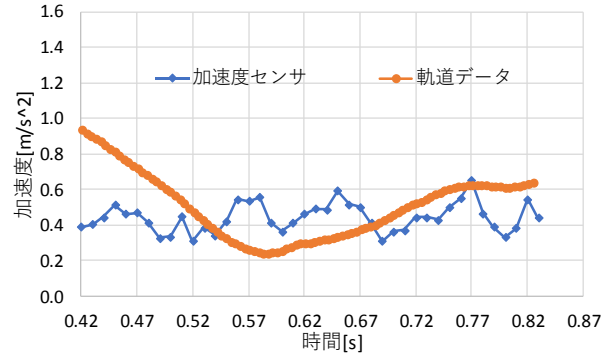


図6 加速度センサの並進加速度との比較 (低速)

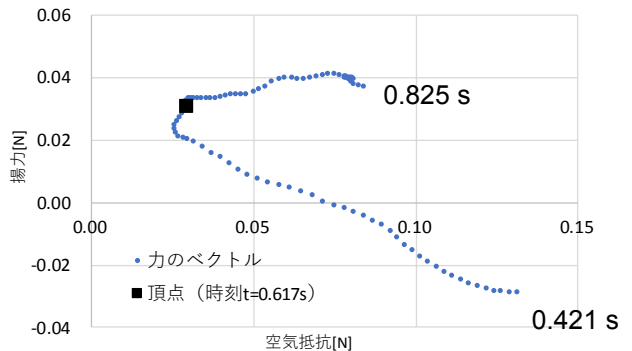


図7 力のベクトル (低速)

5 まとめ

本研究では、軌道データから飛行中のボールに働く力を推定することを目的に、飛行実験を行った。加速度センサ内蔵の野球ボールの位置情報から最小二乗法を用いて、速度と加速度、空気から受ける抵抗、揚力について推定した。

推定した値については、速度では投射軌道の頂点付近での加減速の変化がよく表れていた。加速度は、ボールの位置に関係なく負の方向を向いており、頂点付近で向きが変化することが分かった。また、加速度センサとの比較では、加速度センサで求められない向きについても推定することができ、加速度の値についてもほぼ一致した値を得ることができた。

今後の課題としては、加速度センサの出力との比較から軌道を用いて求める推測値の精度を向上させることである。

参考文献

- [1] T. Mizota and K. Kurogi *et al.*: "The strange flight behavior slowly spinning soccer ball", www.nature.com/scientificreports, (2013)
- [2] 荻野尚哉: 軌道データを用いた空力係数推定法の改良, 茨城大学工学部知能システム工学科卒業論文 (2016)
- [3] 理化学研究所: ボール内蔵型回転数回転軸センサ取扱説明書