

Bathtub vortex におけるコリオリの力の影響

The effect of Coriolis forces to Bathtub vortex

発表者 森 秀俊 指導教官 坪井 一洋

The rotating flow appears when water flows out of the exhaust port in washstand or kitchen sink, which is called Bathtub vortex. It is, in general, known that the Coriolis force decides the direction of this vortex. The purpose of this study is to investigate the effect of Coriolis force to Bathtub vortex by 3-dimensional numerical simulation. Some computations are performed at $Re=100$ and 1000 . We find that the counterclockwise vortex occurs at 10^{-3} times smaller than the actual value. Therefore, the Coriolis force dose not affect the generation of Bathtub vortex at least in this range of Re .

1. はじめに

台所のシンクや洗面台の排水口から水が流れ出る際に、渦を巻いて流れていることは誰もが目にしたことがあると思う。この渦は Bathtub vortex^[1]と呼ばれ、その回転方向は一般に地球の自転によるコリオリの力によって決まるといわれている。したがって、北半球では反時計回りの渦を形成することになる。

さて、コリオリの力は回転する座標系の回転角速度に比例するが、地球の自転角速度は1日に1回転であり、後述するようにその値は非常に小さい。そこで、本研究の目的は Bathtub vortex の渦の向きが一般に言われているようにコリオリの力によって決まるのかどうかを、3次元の数値シミュレーションによって確認することである。

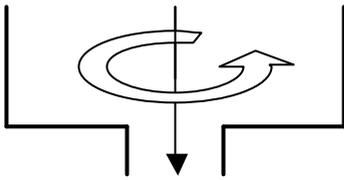


Fig. 1 Bathtub vortex

2. 基礎方程式

回転する地球上の大気や海洋の流れなどは、非回転流体に見られない特有の性質を持つ。ここでは『地球』という回転盤に乗ったシンクを想定するので、回転流体の基礎方程式を用いることにする。

流体は密度が一樣な非圧縮性とするが、連続の式に圧力の時間微分項を追加した擬似圧縮法を用いる。無次元化した基礎方程式を以下に示す。

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \cdot \frac{\partial u}{\partial x} + v \cdot \frac{\partial u}{\partial y} + w \cdot \frac{\partial u}{\partial z} - v / e = -\frac{\partial P}{\partial x} + 1/Re (\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}) \quad (1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \cdot \frac{\partial v}{\partial x} + v \cdot \frac{\partial v}{\partial y} + w \cdot \frac{\partial v}{\partial z} + u / e = -\frac{\partial P}{\partial y} + 1/Re (\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2}) \quad (2)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + u \cdot \frac{\partial w}{\partial x} + v \cdot \frac{\partial w}{\partial y} + w \cdot \frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{\partial P}{\partial z} + 1/Re (\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2}) \quad (3)$$

$$\frac{\partial P}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (4)$$

方程式中の U と L はそれぞれロスビー数とレイノルズ数を表し、以下のように定義される。

$$Ro = U / (2 \Omega L) \quad (5)$$

$$Re = U L / \nu \quad (6)$$

ここで U と L はそれぞれ基準となる流速と長さであり、 Ω は地球の自転角速度、 ν は流体の動粘性係数である。レイノルズ数は慣性力(U^2/L)と粘性力($U \nu / L^2$)の比、ロスビー数は慣性力(U^2/L)とコリオリの力($2 \Omega U$)の比^[2]となる。

3. 基準速度と長さの評価

基準となる U と L を決めるために簡単な実験を行った。高さによって断面積が変化しないようなシンクを想定した時の平均流速は式(7)でもとめられる。

$$q = \sqrt{2gh_0 / (1 - \epsilon^2)} / 2 \quad (7)$$

$$q = \sqrt{2g / (1 - \epsilon^2)} (\sqrt{h_0} - l/2) \cdot \sqrt{2g / (1 - \epsilon^2)} \cdot t \quad (8)$$

$$q_0 = q \quad (9)$$

q : 流出口速度 q_0 : 水面降下速度 g : 重力加速度
 t : 時間 l : 水面広さ/流出口広さ h_0 : 初期水面高さ

Table 1 流出口での平均流速

水容量[cc]	水面高さ[cm]	実験値[cm/s]	理論値[cm/s]
4500	8.5	62.37	64.6
3000	6.8	50.3	57.5

実験の値と比べると理論値の流速が速くなっている。実験を行ったシンクの形状は式(7)と違い、水面が低くなるほど断面積が小さくなる。したがって式(7)で想定したシンクと実験のシンクでは水面高さが同じであっても水容量が異なるため、それが平均速度の差となった。

基準となる長さ L は実験で使用したシンクの長さから $50[\text{cm}]$ 、流速 U は求めた流速に近い $50[\text{cm/s}]$ とした。

4. 計算モデル

計算に用いたシンク(Fig. 2)は1辺が L の立方体であり、計算を行うのは流出口から高さ L までの範囲である。底面中央の1辺が $d (=L/10)$ の正方形が流出口で、ここから速度 U で流出する。側面と流出口以外の下面はすべて壁面である。

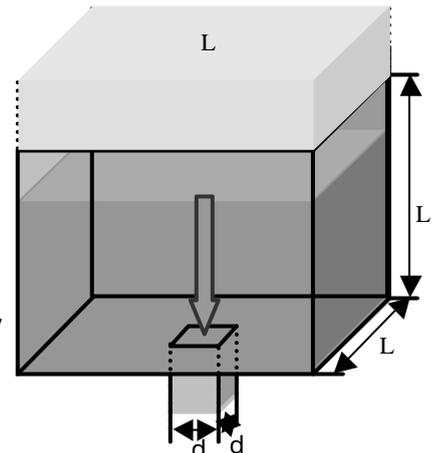


Fig. 2 シンクのモデル

渦が発生するロ

スビー数を調べるためにレイノルズ数を一定にする。この時、粘性によって渦の発生に変化が無いかを調べるため、レイノルズ数は 100 と 1000 の2通りで計算を行う。そしてこの固定したレイノルズ数毎に、ロスビー数を変化させる。他の計算条件を Table 2 にまとめる。

Table 2 計算条件

格子幅	0.025
格子数	$40 \times 40 \times 40$
t	1×10^{-4}
ステップ数	100000

5. 計算結果

はじめに水面を考えない,つまり水面の高さが無限である場合のシンクを想定する.この時の境界条件は計算領域から流出した水のみだけ補われるように設定してある.

まずレイノルズ数 100 において地球と同じ程度のコリオリの力(地球の自転角速度 $=7.27 \times 10^{-5}[\text{rad/s}]^{[3]}$)が働いている状態であるロスビー数 6877 での計算結果を示す(Fig. 3(a)).これはシンクの高さが $L/2$ での流速ベクトルである.この図では渦の発生は見られなかった.レイノルズ数 100 では地球のコリオリの力で渦は発生しないということになる.そしてロスビー数を一桁毎に小さくしていくと, $=6.8$ で反時計回りの渦が発生した(Fig. 3(b)).

レイノルズ数 1000 での計算においてもロスビー数 6877 で渦は発生していない(Fig. 4(a)).この場合に現れる4つの回転流は2次流れと呼ばれるものである.この流れはコリオリの力が入っていない場合でも発生する.したがってこれはコリオリの力によって現れたものではないといえる.そしてここでもコリオリの力による反時計回りの渦が発生するにはロスビー数 6.8 が必要だった(Fig. 4(b)).

次に水面が時間とともに下がるシンクでの計算を行った.ここでは水面と流出口にその状態における速度を式(8)と(9)より求めて与えている.水面を想定した場合においても,ロスビー数 6877 では渦は発生してはいない(Fig. 5(a)).この条件でも渦が発生するのに必要なロスビー数は 6.8 であった(Fig. 5(b)).

これらの結果より,渦が発生するロスビー数は 6.8 程度であり,この値はレイノルズ数が 100 と 1000 で変わらないこと,さらに渦の発生に水面の有無は関係しないことがわかった

このロスビー数を有次元の量で考えてみる.今回計算した範囲のレイノルズ数でコリオリの力によって反時計回りの渦が発生するためには,地球の自転角速度が実際よりも 10^3 倍早く(1日が86秒)なるか,あるいは長さのスケールが $0.5 \times 10^3\text{m}$ ($=500\text{m}$) 程度でなければならないことになる.

6. まとめ

Bathtub vortex の発生とそのときの渦の向きに対するコリオリの力の影響を見るために 3次元シミュレーションを行った.シンクを模擬した計算モデルとして,水面が変化しない場合(水面の高さが無限)と時間とともに水面が下がる場合の2通りを考えた.また流出速度に基づくレイノルズ数を 100 と 1000 に設定し,それぞれに対して渦が発生するロスビー数を調べた.その結果,ロスビー数が実際の値より 3桁ほど小さくなった場合に反時計回りの Bathtub vortex が発生することが確認できた.

今回のシミュレーションでは技術的な問題のために,仮定したレイノルズ数が実際よりもかなり小さくなった.しかし,少なくともこの範囲のレイノルズ数においてはコリオリの力が Bathtub vortex 発生の原因では無いことが結論できる.

参考文献

- [1] Shapiro : Bath-Tub Vortex, NATURE, 1962, p.1080
- [2] 加藤 宏 : 水力学・流体力学, 朝倉書店, 1984, p. 49
- [3] 木村 竜治 : 地球流体力学入門, 東京堂出版, 1983, pp. 18-21

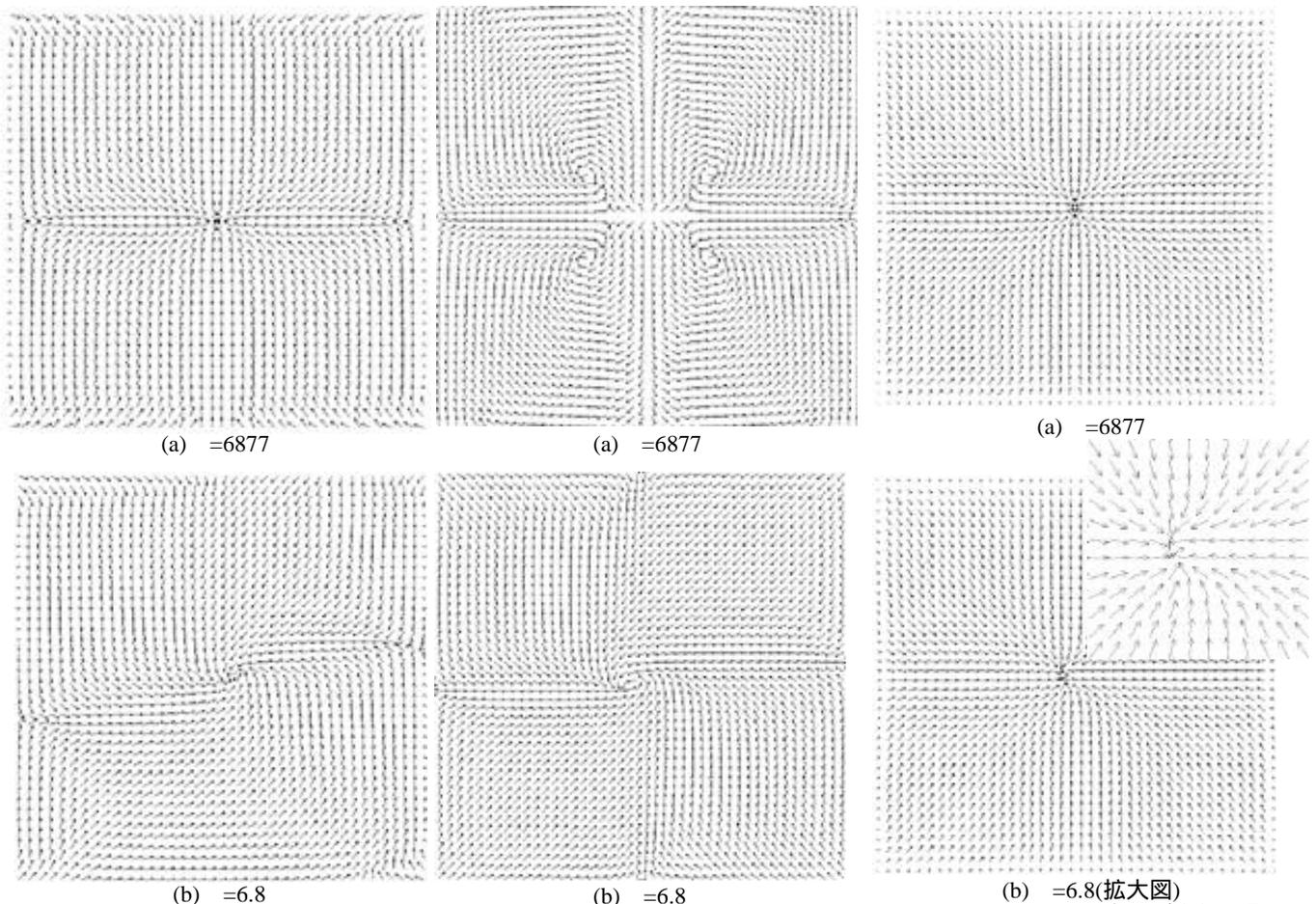


Fig. 3 $Re=100$ 水面を考えない場合の流速ベクトル

Fig. 4 $Re=1000$ 水面を考えない場合の流速ベクトル

Fig. 5 $Re=100$ 水面が変化する場合の流速ベクトル