

血管網内の血流シミュレーションのためのオブジェクト指向モデリング

Object-oriented modeling for blood flow simulation in vascular network

発表者：中村 雄

指導教員：坪井 一洋

In this research, we attempt to simulate blood flow rate of vessels. Object-oriented modeling is introduced into the flow simulation, regarding vascular network as an electric circuit. Simulation results provide appropriate solutions of flow rate for some networks.

1. はじめに

人間の健康は血液の循環，すなわち血流によって維持される[1][2]. そのため，血流の状態を知ることが健康の維持に役立つと考えられる．そこで，血管網を流れる血流のシミュレーションを行うことを考える．血流は血液の非ニュートン性や血管の部位などによって，その性質が変化することが知られている[3].

本研究では血管網の表現方法としてオブジェクト指向モデリングを用いる[4]. 血管をつなぎ合わせることで血管網を構築すると考えて，血管をオブジェクトとみて設計を行う．そしてシミュレーションプログラムを作成し，血流シミュレーションの準備として，数種類の管路網において流量の計算を行う．なお，プログラムの実装には JAVA を用いる．

2. 血管網のモデル化

2.1 血流の基礎方程式

流体力学によって血流を取り扱うことは非常に難しいため，本研究では以下の仮定を行う．このとき，血流は層流とみなすことができる．

- 血管は変形しない．
- 血液はニュートン流体である．
- 血流は定常流である．

血管の内径を R とすると，長さ l だけ離れた 2 つの断面間における流量 Q は，

$$W = \frac{8\mu l}{\pi R^4} \quad (1)$$

とおくことによって

$$Q = \frac{\Delta p}{W} \quad (2)$$

と求められる．ただし， Δp は断面間における圧力低下である．

式(2)はオームの法則と同じ形であり，流量と電流，圧力低下と電圧， W と抵抗がそれぞれ対応している．このことから，式(1)に示す W を流れ抵抗という[2]. また血流においては流量が保存されるから，血流は電気回路と同様に扱うことができる．

2.2 オブジェクトの定義と流量の計算方法

血管網のクラス図を図 1 に示す．血管網内において流れ抵抗が一定となる部分を血管オブジェクトとして定義すると，血管網は図 2 のように表すことができる．ここで，式(2)における圧力低下 Δp は，末端の圧力をそれぞれ P, P' として

$$\Delta p = P - P' \quad (3)$$

と表される．

また，血管の分岐と合流を表現するために血管オブジェクトを相互に接続するものとして，接続部オブジェクトを定義する．ただし，血管の分岐とは 1 本の血管が 2 本の血管に分かれることを，血管の合流とは 2 本の血管が 1 本の血管に統合されることをいうものとする．

図 3 において， V_i (ただし， $i=0,1,2$) は血管オブジェクト， J_0 は接続部オブジェクトである．ここで，血管オブジェクト V_i の流量は Q_i ，接続部に接していない側の末端の圧力は P_i ，流れ抵抗は W_i である．なお，矢印は流量が正となる方向を表している．

血管オブジェクトごとに流量を求めるには，接続部の圧力 P_A を計算する必要がある．図 3 において，キルヒホッフの電流則から

$$Q_0 + Q_1 + Q_2 = 0 \quad (4)$$

という関係が成り立つので，

$$P_A = \frac{W_1 W_2 P_0 + W_0 W_2 P_1 + W_0 W_1 P_2}{W_0 W_1 + W_1 W_2 + W_2 W_0} \quad (5)$$

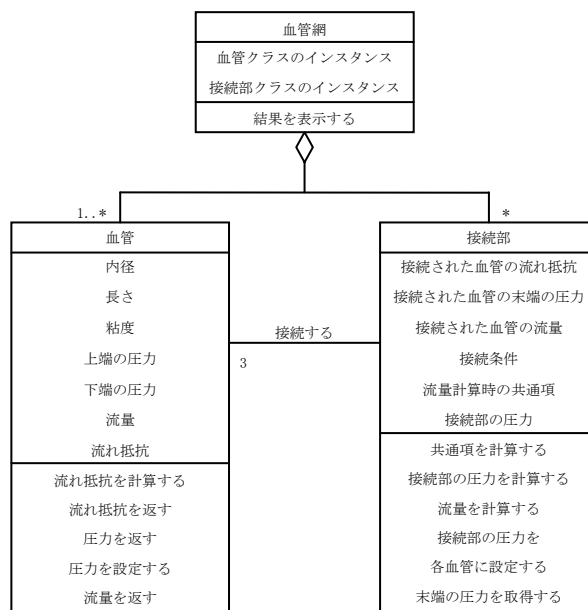


図 1 血管網のクラス図

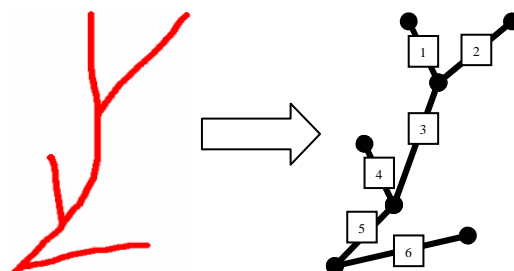


図 2 血管オブジェクトによる血管網の表現

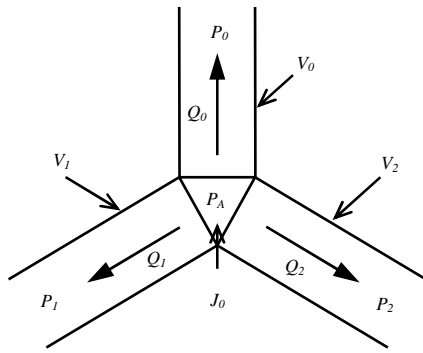


図3 分岐部分

よって式(2)と(5)から、流量 $Q_0 \sim Q_2$ はそれぞれ

$$Q_0 = \frac{W_2 P_1 + W_1 P_2 - (W_1 + W_2) P_0}{W_0 W_1 + W_1 W_2 + W_2 W_0} \quad (6)$$

$$Q_1 = \frac{W_2 P_0 + W_0 P_2 - (W_0 + W_2) P_1}{W_0 W_1 + W_1 W_2 + W_2 W_0} \quad (7)$$

$$Q_2 = \frac{W_1 P_0 + W_0 P_1 - (W_0 + W_1) P_2}{W_0 W_1 + W_1 W_2 + W_2 W_0} \quad (8)$$

と求められる。

血管網に複数の接続部が存在するとき、各接続部の圧力を求めるためには連立1次方程式を解く必要がある。本研究ではヤコビ法[5]をもとにした反復計算によって各接続部の圧力を求め、その値を用いて流量の計算を行う。

3. シミュレーション

作成したシミュレーションプログラムを検証するため、図4の管路網(a)と(b)において数値解を求め、厳密解と比較した結果を表1に示す。圧力の値は図4の四角枠内に示すとおりである。またすべての管路において $R=1.0$ 、 $l=2.0$ 、 $\mu=4.0$ とする。なお数値解、厳密解ともに小数点第4位以下は切り捨てた。

表1において、数値解と厳密解が一致しているので、プログラムによって妥当な解が得られることが確認できる。

次に、検証時と同じ条件のもとで図4の管路網(c)において数値解を求めた。表2にその結果を示す。

以上のことから、管路網の形状が複雑であっても、今回作成したプログラムによって流量を計算できる。

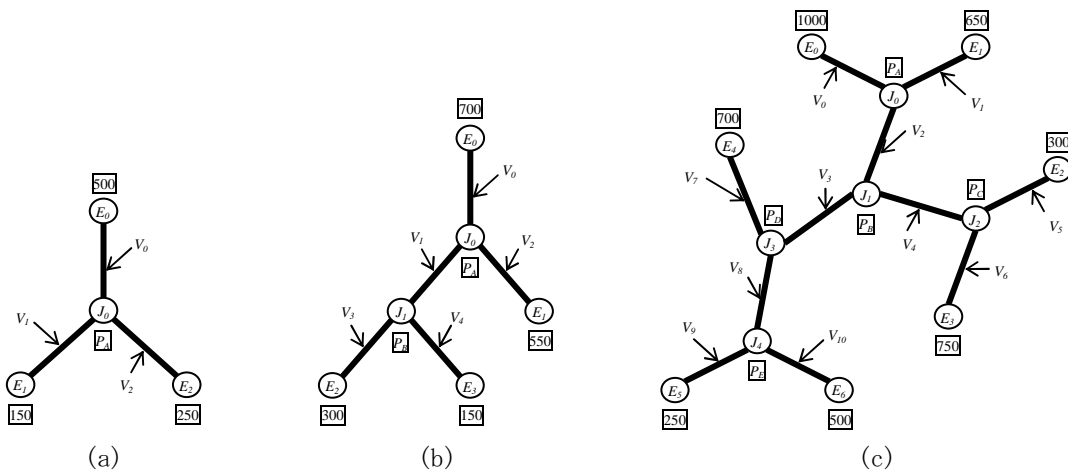


図4 例題とした管路網

表1 数値解と厳密解の比較

(a)

管路	末端の圧力		数値解	厳密解
V_0	300	500	-9.817	-9.817
V_1	300	150	7.363	7.363
V_2	300	250	2.454	2.454

(b)

管路	末端の圧力		数値解	厳密解
V_0	525	700	-8.590	-8.590
V_1	525	325	9.817	9.817
V_2	525	550	-1.227	-1.227
V_3	325	300	1.227	1.227
V_4	325	150	8.590	8.590

表2 管路網(c)における数値解

管路	末端の圧力		数値解	管路	末端の圧力		数値解
V_0	763	1000	-11.592	V_5	563	300	12.950
V_1	763	650	5.587	V_6	563	750	-9.138
V_2	763	641	6.005	V_7	596	700	-5.065
V_3	641	596	2.193	V_8	596	448	7.258
V_4	641	563	3.812	V_9	448	250	9.765
				V_{10}	448	500	-2.506

4. まとめと今後の課題

血流が層流であると仮定して、血流の基礎方程式を導出した。また、血管オブジェクトと接続部オブジェクトを定義し、それらを組み合わせることで血管網を表現できることを示した。そしてシミュレーションプログラムを用いて、複数の接続部を含む管路網における流量の計算を行った。

今後の課題として、実際の血液のパラメータを導入すること、血流の拍動性や血管の変形性を考慮することがあげられる。

参考文献

- [1] 溝口秀昭：『病は「血」から～血液の健康法』、(講談社、2000)。
- [2] 岡小天：『レオロジー』、(裳華房、1974)。
- [3] 林紘三郎：『バイオメカニクス』、(コロナ社、2000)。
- [4] 磯田定宏：『オブジェクト指向モデリング』、(コロナ社、1998)。
- [5] 奈良久、早川美徳、阿部亨：『電気・電子・情報工学基礎講座 32 数値計算法』、(朝倉書店、1991)。