

# 交通方程式に対する差分法の影響

## Effect of finite difference scheme to traffic equation

発表者 仲田徹也

指導教官 坪井一洋

Traffic flow simulation of three kinds of finite difference scheme is performed and the effect of the scheme is verified. Some problems of traffic on a road with a signal are computed and the results are compared with the measured data of actual traffic. The present study shows that Lax's scheme with the parameter  $\Delta x^2 / \Delta t = 20 \sim 200$  gives the best result.

### 1. はじめに

流体モデルによる市街地での交通流シミュレーションを行うために道路オブジェクトの考えが提案された<sup>[1]</sup>. すなわち, ある交差点から次の交差点までの道路区間を1つのオブジェクトと考え, その上で差分化した交通方程式にしたがって交通流を計算する.

本研究の目的は, 信号を含む単路部の道路において, 異なる差分法を用い交通流を発生させ, それぞれのシミュレーション結果から交通方程式に対する差分法の影響を検証することである. 以下では, 交通方程式の概要と台数の保存性,  $\Delta x$  と  $\Delta t$  の影響, 実測結果との比較について述べる.

### 2. 交通方程式と速度密度関数

交通流の保存則は以下の式で表される<sup>[2]</sup>.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho V) = 0 \quad (1)$$

ここで,  $\rho$  は車の密度,  $V$  は車の速度である.

車の密度と速度の間には強い負の相関関係がある. 実測結果より Greenshields は以下の関係を導出した<sup>[3]</sup>.

$$V = V_{\max}(1 - \rho L) \quad (2)$$

ここで  $L$  は停止時の車頭距離,  $V_{\max}$  は最高速度を表す.

式(1)の差分化としてここでは1次精度のLax法, Upwind法および2次精度のLax-Wendroff法を用いた<sup>[4]</sup>.

### 3. シミュレーション

#### 3.1 信号地点での渋滞解消過程

赤信号で停止していた車が, 青信号で流れ出すシミュレーションを行った. 全長1000mで100m地点に信号がある道路を考える. 信号の手前80mの区間で初期密度  $\rho_{init} / \rho_{\max} = 0.9$  とし, 信号の先900mには車が1台も存在しないとする. このシミュレーションで用いた条件をTable 1にまとめる. 差分法にLax法, Upwind法およびLax-Wendroff法を用いた場合の計算結果をFig. 1に示す. 計算を行った結果, Lax法, Upwind法で

は解が得られたが, Lax-Wendroff法では解が振動し, 満足する結果が得られなかった. この結果から, Lax-Wendroff法は用いることはできないことがわかる.

Table 1 計算条件

最高速度	$V_{\max}$	16.6 m/s (60 km/h)
停止時の車頭距離	$L$	7 m
初期密度	$\rho_{init}$	0.129, 0.0 台/m
最高密度	$\rho_{\max}$	0.142 台/m
道路長		1000 m
検査区間	$\Delta x$	2.5 m
時間ステップ	$\Delta t$	0.1 s

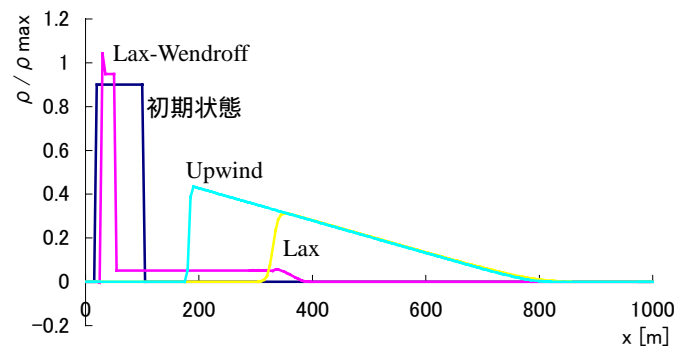


Fig. 1 各差分法による計算結果 (40 s)

#### 3.2 台数の保存性

前節で与えた初期条件では, 道路上に10.3台の車を配置している. この台数の時間経過による変化を調べた.

密度分布の計算結果をもとに, 30s後の道路上の車の台数を算出した結果をFig. 2に示す. 縦軸は0m地点からの車の台数の合計である.

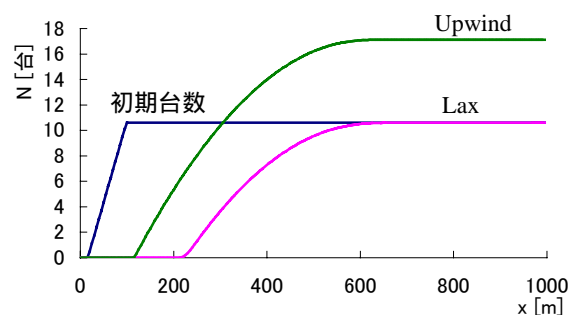


Fig. 2 道路上の車の台数 (30 s)

計算結果より, Lax 法では台数の変化は見られない. しかし, Upwind 法では時間が経過するにつれ, 道路上の車の台数が増加していることがわかった.

### 3.3 $\Delta x$ と $\Delta t$ の影響

Lax 法は人工粘性の影響が大きいため, 差分解が  $\Delta x$  と  $\Delta t$  の値に大きく依存する. そこで,  $\Delta x$  と  $\Delta t$  の値を変化させ解に及ぼす影響を調べた. 計算条件は Table 1 と同じ条件を用いた. 各  $\Delta x$  と  $\Delta t$  に対して台数の保存性についてまとめた結果を Table 2 に示す. ここで, 誤差は計算結果から求めた台数と初期配置台数の相対誤差を意味する.

Table 2 各  $\Delta x$  と  $\Delta t$  における計算結果

$\Delta x$ [m]	$\Delta t$ [s]	$\frac{\Delta x^2}{\Delta t}$	クーラン数	台数	誤差[%]
10	0.5	200	0.83	11.2	3.44
10	0.25	400	0.415	10.0	13.8
10	0.1	1000	0.166	7.7	33.6
10	0.05	2000	0.083	5.7	50.9
5	0.25	100	0.83	10.9	0
5	0.1	250	0.332	10.4	4.59
5	0.05	500	0.166	9.2	15.6
2.5	0.1	62.5	0.664	10.6	0
2.5	0.05	125	0.332	10.6	0
1	0.05	20	0.83	10.4	0

計算結果から, クーラン条件を満たし,  $\frac{\Delta x^2}{\Delta t}$  が 20 ~ 200 程度であると, 台数が保存されることがわかる.  $\Delta x$  と  $\Delta t$  が小さくなるにつれ, 密度分布に表れる振動も消え, 密度が後方に伝播する現象も見られなくなった. しかし, 大域的な道路交通網における交通流シミュレーションを目的としているため, 極端に小さい  $\Delta x$  と  $\Delta t$  は意味を持たない. 今回調べた範囲の中で最も小さい  $\Delta x$  と  $\Delta t$  で求めた密度分布を Fig. 3 に示す.

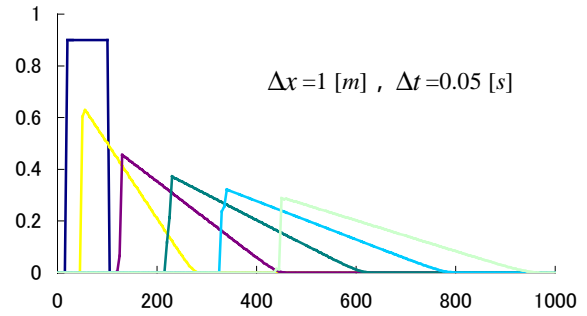


Fig. 3 Lax 法における  $\Delta x$  と  $\Delta t$  の影響

## 4. 渋滞解消時間の実測

シミュレーションの精度を調べるため, 日立市の道路をサンプルとし信号付近で, 赤信号で停止する車の台数とそのときの車頭距離合計, 青信号で車が信号を通過するのにかかる時間を測定した. 測定日時は 2003 年 10 月 8 日(水)の午後 2 時 ~ 3 時, 測定場所は常陸多賀国道 6 号線電鉄プラザ前交差点下り方面である. 測定結果を Table 3 に示す.

この結果をもとに, 計算結果との比較を行った. 実測では赤信号で停止した車が, 青信号で走りだし, 最後尾の車両が信号地点を通過するのにかかる時間は 25 ~ 30 s 程度であった. 一方, Lax 法を用いたシミュレーションでは 10.3 台の車両が信号地点を通過するのにかかる時間は 20 s 程度であり, 実測値と比較しても十分な結果と考えられる.

Table 3 測定結果

停車台数	車頭距離 合計[m]	最後尾車両 通過時間[s]
9	100	27
7	60	26
11	90	28
13	100	38
9	65	26
7	60	20
10	90	31

## 5. まとめ

大域的な道路交通網における交通流シミュレーションの基礎的実験として, 信号で発生した渋滞が時間の経過によって解消される過程の計算を異なる差分法を用いて行い, 差分法による密度分布の違いを調べた. その結果, 信号地点での密度分布は不連続を含むため, 高次の差分法では計算ができないこと, また, Upwind 法では台数が保存されず, 時間経過とともに増加することがわかった. さらに, 今回調べた 3 つの

差分法の中で最も交通流シミュレーションに適していると考えられる Lax 法について、計算パラメータである  $\Delta x$  と  $\Delta t$  の影響を調べた。

#### 参考文献

- [1] 鈴木尊人：流体モデルによる交通流シミュレーションのためのオブジェクト指向モデリング，平成 15 年度茨城大学大学院理工学研究科システム工学専攻修士学位論文
- [2] 藤井考蔵：流体力学の数値計算法 第 4 章，東京大学出版会，(1995)
- [3] 佐々木綱：交通工学 第 5 章，国民科学社，(1995)
- [4] 日本機械学会：流れの数値シミュレーション，pp. 99-104，コロナ社，(1993)