

動画像の軌道データによるサッカーボールの空力係数の推定

Estimation of aerodynamic coefficients by the orbit analysis of video

発表者: 大井 大典

指導教員: 坪井 一洋

1. はじめに

ボールの空力係数を調べる場合、一般的に風洞実験が用いられる。しかし、風洞実験は、気流中にボールを支えるための装置やボールを回転するための駆動装置が必要となるため、回転体の空力特性を正確に求めることは容易ではない^[1]。近年、多くのスポーツについて画像処理技術を用いた解析方法が研究されている。例として、テニス選手の運動解析の実験があり、動画像から選手の位置とボールの動きを解析して選手の動きを評価する研究なども行われている^[2]。

そこで、本研究では飛翔しているボールの動画像からの軌道データを用いて空力係数の推定を行う。ここでは、画像読み取りソフトウェアを用いて13本のサッカーボールの動画像から軌道の座標を求める。そして、求めた軌道データからボールの抵抗係数と揚力係数を評価する。

2. 運動方程式

投射時のボールの重心位置を座標原点とし、鉛直上向きにy軸を取る。ボールの初速度ベクトルとy軸が作る平面を考え、この平面内で水平方向にx軸を取る。以下ではボールはこのx-y平面内で2次元運動すると仮定する。

空気中においてボールの速度の自乗に比例する抵抗と揚力が働くとする、ボールの重心の運動方程式と初期条件は次式で与えられる^[3]。

$$m \frac{du}{dt} = -kqu - lqv \quad (1)$$

$$m \frac{dv}{dt} = -kqv + lqu - mg \quad (2)$$

ここで (x, y) と (u, v) は重心の位置ベクトルと速度ベクトルで $q^2 = u^2 + v^2$ である。また、 m および g はボールの質量と重力加速度である。(1)式と(2)式の k と l は次式で定義される抵抗と揚力の比例定数である。

$$k = \frac{1}{2} \rho \frac{\pi}{4} d^2 C_D, l = \frac{1}{2} \rho \frac{\pi}{4} d^2 C_L \quad (3)$$

ただし、 d はボールの代表径、 ρ は空気密度、 C_D と C_L は無次元の抵抗係数と揚力係数である。

投射体の位置データを用いて軌道の一部分を補間することを考える。ここでは、位置座標 (x, y) を時間の2次関数として表すことにする。このとき、時刻 $t = t_1, t_2, t_3$ での軌道上の3点の座標をそれぞれ $(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3)$ とする。ただし、 $x_1 < x_2 < x_3$ である。時刻 t における位置座標をそれぞれ2次関数で補間したものを(4)式と(5)式に示す。また、 $t = t_2$ での x または y の値を f とする係数 a_f, b_f を(6)式と(7)式に示す。

$$x(t) = a_x t^2 + b_x t + c_x \quad (4)$$

$$y(t) = a_y t^2 + b_y t + c_y \quad (5)$$

$$a_f = \frac{1}{\Delta^+ t + \Delta^- t} \left(\frac{\Delta^+ f}{\Delta^- t} - \frac{\Delta^- f}{\Delta^+ t} \right) \quad (6)$$

$$b_f = \frac{1}{\Delta^+ t + \Delta^- t} \left\{ (t_3 + t_2) \frac{\Delta^- f}{\Delta^+ t} - (t_2 + t_1) \frac{\Delta^+ f}{\Delta^- t} \right\} \quad (7)$$

(1)式の両辺に v 、(2)式の両辺に u をかけて差を取った関係式に(4)式と(5)式の2階微分を代入すると揚力 l は以下のように表せる。抵抗 k も同様に表せる^[1]。

$$l = -\frac{m}{q^3} \{ 2a_x v - u(2a_y + g) \}$$

$$k = -\frac{m}{q^3} \{ 2a_x u + v(2a_y + g) \}$$

求めた抵抗 k と揚力 l の値を(3)式に代入することで抵抗係数 C_D と揚力係数 C_L を求める。

3. サッカーボールの軌道の分析

動画像から対象の位置座標を読み取るソフトウェアであるPV-studio2Dを用いてサッカーボールの軌道の動画像からボールの座標を求めた。動画像に映り始めた位置を原点とし、ボールが動画像から映らなくなるもしくは地面に着く点を終点とした。そして、1フレーム毎にボールの中心にマーカーを移動し、その座標 (x, y) を求めた。ビデオの1秒あたりのフレーム数は30回(30fps)である。画像中の長さの基準として画面内に映した高さ1.8mのボールを利用した。

図1は動画像からサッカーボールの軌道データの測定を行うPV-studio2Dの画面で、動画像の右上にあるマーカーがボールである。図から分かるように、4°ほどの傾きがあったので座標値を修整した。傾きの修整式は $x' = x \cos \theta - y \sin \theta$ 、 $y' = x \sin \theta + y \cos \theta$ である。ここで (x', y') は修整後の座標、 θ は画面の傾き角である。

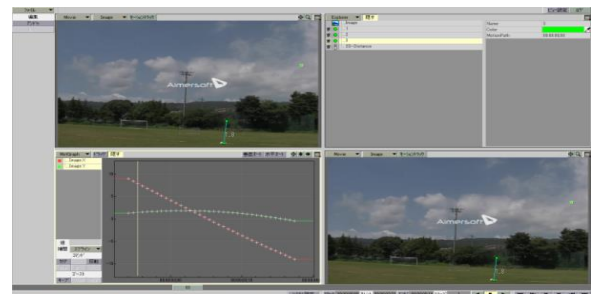


図1 PV-studio2Dの画面の例

4. 実験結果

PV-studio2Dを用いて読み取った結果を図2と図3に示す。横軸を距離、縦軸を高さとしたNo.4とNo.10の軌道である。実線は画面の傾きの修整前の軌道、点線は修整後の軌道を示す。画面の傾き4°の修整をした結果、軌道の後半で約30cm(サッカーボール1個程度)の差がでた。

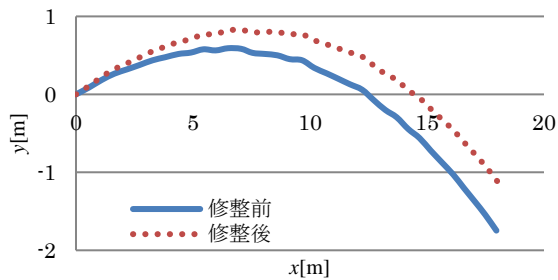


図2 軌道 No. 4

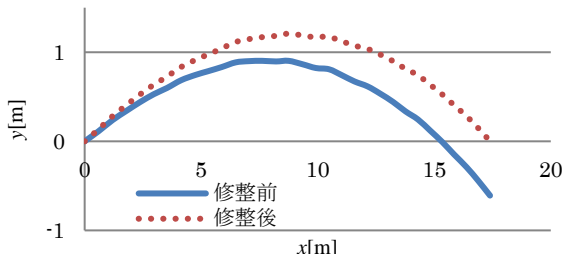


図3 軌道 No. 10

求めた座標から抵抗係数 C_D と揚力係数 C_L を推定した。補間に用いたデータ間隔として $n=10$ を用いた。ここで $n=10$ とは連続した 21 点の両端とその中央点による補間の意味である。その結果を図 4～図 7 に示す。 C_D においては $0.1\sim 0.3$ となった。画面の傾きの修整により C_D の値は約 0.03 減少した。一方 C_L は $0.08\sim 0.2$ となった。 C_L においては画面の傾きの修整の効果はあまり見られなかった。

また、 C_D においては全ての軌道データでレイノルズ数 (Re)が増加するにつれて C_D が減少する傾向がみられた。さらに、図 6 より $Re=2.48\times 10^5$ で C_D の値が急激に減少している。真球に対する風洞実験において、一様流のレイノルズ数を増加していくと、あるレイノルズ数の範囲で抵抗係数が急激に減少するドラッグクライシスと呼ばれる現象が知られている。今回得られた結果は、飛翔中のサッカーボールにおいてもドラッグクライシスが生じている可能性を示している。

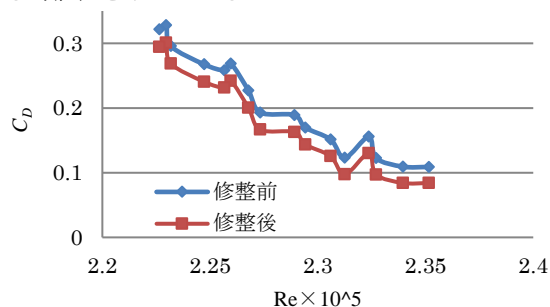


図4 軌道 No. 4 の C_D

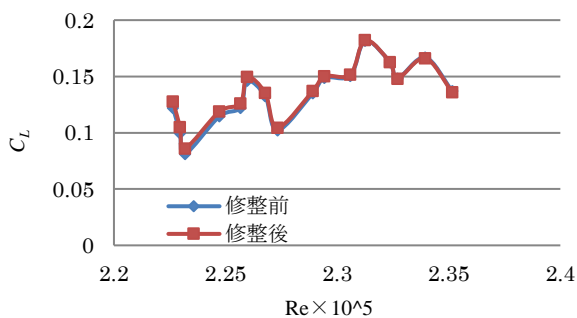


図5 軌道 No. 4 の C_L

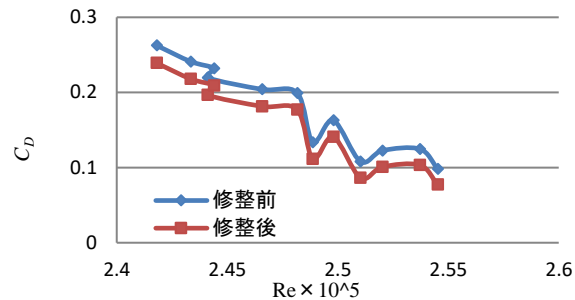


図6 軌道 No. 10 の C_D

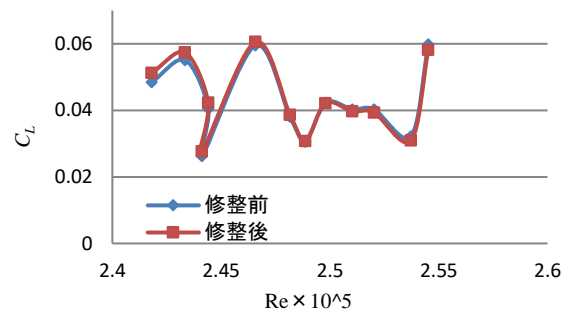


図7 軌道 No. 10 の C_L

5. まとめ

サッカーボールの軌道から、ボールの抵抗係数と揚力係数を推定した。そのために、動画像から対象の位置座標を読み取るソフトウェアである PV-studio2D を用いて軌道を映した動画像から軌道の座標を求めた。その際、画面に 4° の傾きがあったのでその修整も行った。そして、得られた座標値から抵抗係数 C_D と揚力係数 C_L を推定した。

その結果、 C_D は $0.1\sim 0.3$ 、 C_L は $0\sim 0.2$ の範囲の値が得られた。画面の傾きの修整によって C_D 値は約 0.03 減少したが、 C_L においては変化はなかった。

また、 C_D においては全ての軌道でレイノルズ数 Re が増加するにつれて C_D は減少する傾向がみられた。さらに、 $Re=2.48\times 10^5$ で C_D 値が急激に減少していることが分かる。この値は風洞実験におけるサッカーボールの臨界レイノルズ数 $2.2\sim 3.0\times 10^5$ ^[4] とほぼ一致しており、風洞実験と同様の結果が得られた。このことから、動画像の軌道データを用いてボールの空力係数を推定することが可能であることを確認した。

参考文献

- [1] 安田海人, 坪井一洋, 田中晃平, 宮寄武 : 軌道形状に基づく投射体の空力係数の推定法, スポーツ・アンド・ヒューマン・ダイナミクス 2013, No.13-34.
- [2] 矢崎俊平, 山本修身 : 動画像処理によるテニス選手の運動解析, 電学論 C, 127 巻 12 号 (2007).
- [3] 坪井一洋, 鈴木悠太 : 抵抗と揚力の働くボールの最大投射角, スポーツ・アンド・ヒューマン・ダイナミクス 2011, pp. 536-541.
- [4] 浅井武, 瀬尾和哉, 小林修, 伊藤慎一郎 : 高レイノルズ数領域におけるサッカーボールの基礎空力特性, 日本機械学会論文集, 73 巻 734 号 (2007).