

バスケットボールのフリースロー軌道の再現

Reproduction of Free Throw Trajectory in Basket Ball

発表者：清水 諒三

指導教員：坪井 一洋

1 はじめに

フリースローはバスケットボール競技におけるシュートの1つであり、ディフェンスによるブロックなどの妨害が無く、また、リングまでの距離が定まっているシュートである。1本当たりの得点は1点だがときに試合の勝敗を左右するため、重要度の高いシュートである。

一方で、バスケットボールは使用されるボールの直径が大きく、また閉め切った室内で行われることから、一般的にはフリースローにおいて空気抵抗の有無による軌道の差はほぼ無いと考えられている。

球技におけるボールの軌道に関する研究はこれまでにいくつか報告されており、例えば硬式野球ボールの打球軌道シミュレーション^[1]などの例がある。野球ではボールが比較的小さく回転数が大きいことから、空気抵抗が軌道に及ぼす影響が大きい。

バスケットボールにおいても、「シュート名人」^[2]やバスケットボールショットシミュレータ^[3]など空気抵抗を加味したシミュレータがある。これらを調べた結果、前者はストークスの抵抗法則にしたがっており、後者はニュートンの抵抗法則を使用していた。抵抗係数 C_d は前者で0.4、後者は0.5と異なった値を用いていた。既存のものにはこのような違いがあり、ボールの C_d 値も明らかではない。そこで、本研究ではバスケットボールにおけるより正確な C_d 値を実測とシミュレーションによって求め、それを用いて空気抵抗を加味したフリースロー軌道を再現するシミュレータの開発を試みる。

2 抵抗法則

流体力学において抵抗係数 C_d とレイノルズ数 Re の関係として、ストークスの抵抗法則とニュートンの抵抗法則が知られている^{[4][5]}。ストークスの抵抗法則では、流体の密度を ρ 、流体の粘性係数を μ 、球の速度を U 、球の半径を a とすると、

$$D = 6\pi\mu aU = kU \quad (1)$$

となり、抵抗は速度に比例する。そして、この抵抗法則はレイノルズ数が小さい場合にのみ成り立つことが知られている。

一方、ニュートンの抵抗法則が適用される $R = 10^3 \sim 10^5$ 付近を考えてみる。抵抗力を無次元化すると、運動方向に垂直な面に投影した球の断面積を $S = \pi a^2$ として式(2)で表現される。

$$C_d = \frac{D}{1/2 \cdot \rho U^2 S} \quad (2)$$

式(2)を抵抗力について変形すると式(3)が得られる。

$$D = C_d \cdot \frac{1}{2} \rho U^2 S \quad (3)$$

この式から、ニュートンの抵抗法則においては抵抗が速度の二乗に比例することが分かる。球技のボールのように日常の現象で生じる抵抗は、ニュートンの抵抗法則にしたがうことがわかっている。

次に、既存のシミュレータで用いられているモデルを調べた結果をまとめる。

「シュート名人」のプログラムではフリースローを二次元で考えており、ストークスの抵抗法則から得られる式(4)と式(5)を用いてボールの位置を計算している。

$$x = \frac{mv_0}{k} \left(1 - e^{-\frac{k}{m}t}\right) \cos \theta \quad (4)$$

$$y = \frac{m}{k} \left\{ \left(v_0 \sin \theta + \frac{m}{k}g\right) \left(1 - e^{-\frac{k}{m}t}\right) - gt \right\} + y_0 \quad (5)$$

ここで、ボールの質量 m 、初速度 v_0 、投射角 θ 、空気抵抗の比例係数 k 、重力加速度 g 、 y 軸方向の初期位置を y_0 として、時刻 t でのボールの位置座標が (x, y) である。

一方、ニュートンの抵抗法則にしたがうプログラム(打球軌道シミュレーションのプログラム)では、式(6)をルンゲクッタ法を用いて求める。ここで、 \mathbf{r} 、 \mathbf{D} 、 \mathbf{L} と \mathbf{S} はそれぞれボールの位置、空気抵抗、揚力と横力を表すベクトルである。この場合は式(6)を数値積分することでボールの位置が求まる。

$$m \frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} = \mathbf{D} + \mathbf{L} + \mathbf{S} + m\mathbf{g} \quad (6)$$

3 シミュレーション

フリースローのモデルを図1に示す。2.202 mはボール投射時の手の高さを示し、3.05 m、4.225 mはそれぞれリングの中心地点の高さと距離である。

シミュレーションの実行にあたって、まず実測を行った。実測結果を表1に示す。 h 、 x_g と y_g はそれぞれ投射高さ、到達距離とその高さを示す。この結果を用いて、同条件下でそれぞれの抵抗法則にしたがうプログラムから軌道シミュレーションを行った。抵抗係数 C_d は0.2^[6]、回転はバックspinとした。

実測とほぼ同じ高さのそれぞれの到達距離を表2に示す。実測は3つのシミュレーション結果より飛ぶ時もあるが、飛ばないときもあった。そこで、実測とそれぞれの抵抗での到達距離の差の平均を求めた結果を表3に示す。表3より、ニュートンの抵抗法則が最も誤差が小さいことが分かる。また、実測とニュートンの抵抗法則の

距離がほぼ同じになるような抵抗係数 C_d を求めた結果を表4に示す. これらを平均すると0.193となった. よって, 既存のシミュレータは抵抗係数の精度に改良の余地があると考えられる.

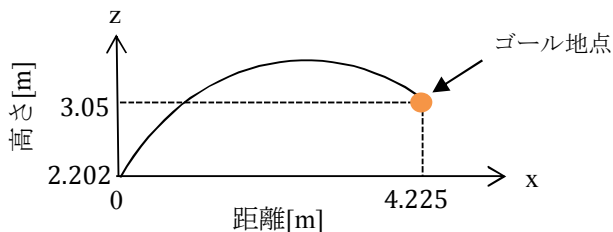


図1 フリースローのモデル

表1 実測結果

	h [m]	θ [°]	v_0 [m/s]	x_g [m]	y_g [m]
1投目	2.217694	60.893398	7.07892	3.981068	3.172018
2投目	2.179728	44.587467	7.837568	4.425695	3.278154
3投目	2.205126	52.747414	7.731656	4.193696	3.246148
4投目	2.218434	51.794647	7.397808	4.204031	3.215579
5投目	2.206605	54.42295	7.257088	4.305651	3.28286
6投目	2.233765	54.348198	7.266312	4.130823	3.185645
7投目	2.225908	50.679264	7.468544	3.961491	3.257001
8投目	2.133103	54.894836	7.233688	4.278447	2.965514
9投目	2.149402	50.95015	7.31184	4.224099	3.188811
10投目	2.257577	54.090267	7.227344	4.164773	3.178921

表2 到達距離の比較

	実測[m]	Newton[m]	Stokes[m]	抵抗なし[m]
1投目	3.981	3.564	3.688	3.718
2投目	4.425	4.573	4.678	4.8
3投目	4.193	4.689	4.874	4.914
4投目	4.204	4.284	4.405	4.483
5投目	4.305	3.957	4.148	4.137
6投目	4.13	4.091	4.244	4.277
7投目	3.961	4.338	4.509	4.543
8投目	4.278	4.178	4.292	4.326
9投目	4.224	4.093	4.253	4.283
10投目	4.164	4.094	4.206	4.281

表3 実測との誤差の平均

Newton[m]	Stokes[m]	抵抗なし[m]
0.0004	-0.1432	-0.1897

表4 実測の距離を再現する C_d 値

	実測[m]	C_d	Newton[m]
1投目	3.981	-0.31	3.979
2投目	4.425	0.35	4.44
3投目	4.193	0.71	4.194
4投目	4.204	0.26	4.209
5投目	4.305	-0.16	4.309
6投目	4.13	0.18	4.141
7投目	3.961	0.6	3.973
8投目	4.278	0.09	4.276
9投目	4.224	0.07	4.247
10投目	4.164	0.14	4.165

4 シミュレータ

開発したシミュレータの操作画面を図2に示す. 3方向からボールの軌道を見ることができ, 初速度, 投射角, 投射高さ, 横方向の角度とボールの表示間隔を数値で入力可能である. 実際にシュートが入ったかどうかの判定もできるようにした(リング等に当たらない軌道のみを成功としている). これはシュート名人の機能とほぼ同等である.

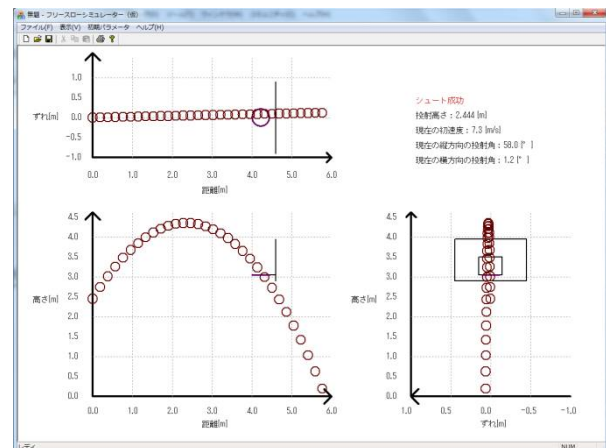


図2 フリースローシミュレータの画面

5 まとめ

既存のバスケットボールのフリースローシミュレータは異なる抵抗法則や抵抗係数が用いられていた. そこで, 抵抗法則の異なる二つの軌道と抵抗がないときの軌道シミュレーション, および実測値との比較を行い, 正確な抵抗係数を求めた. シミュレーションの結果, リング付近での距離の差はボール半分から1個分程度であり, 抵抗法則の違いによって飛距離に大きな差があることが分かった. また実測データとの比較より, ニュートンの抵抗法則を用いて, 抵抗係数を0.193としたときが最も実測との誤差が小さいことが分かった. これらの結果を踏まえてシミュレータを実際に開発した. このシミュレータによってシュートが成功する初期条件が簡単に再現できるようになり, 競技者が理想的なシュートを打つために役立つ情報を提供できるツールとなることが期待できる.

参考文献

- [1] 杉山剛史: 硬式野球ボールの打球軌道シミュレーション, (茨城大学知能システム工学卒業論文, 2012)
- [2] 棚瀬隆司: 「シュート名人」, 私信, <http://a011w.broada.jp/gpac/basket.html>
- [3] 大久保宏樹: バスケットボールショットシミュレータの開発, (科学研究費助成事業研究成果報告書, 2012)
- [4] 清水正之, 前田昌信: 図解 流体力学の学び方, (オーム社, 1989) pp. 132.
- [5] 層流と乱流, http://web.cc.yamaguchi-u.ac.jp/~ymiyata/files/Lec_Notes/Adv_Sedim/Fluid.pdf
- [6] Neville de Mestre: "The Mathematics of Projectiles in Sport", (NY, Port Chester: CUP, 1990) pp. 137