

微粒子の2次元物体への衝突条件

Collision condition of small particle with two-dimensional body

田村 和泉 (発表者) 坪井 一洋 (指導教官)

Trajectories of particle in two-dimensional potential flow around a circular cylinder are investigated numerically. From the simulated results, we obtain some useful quantities (for example, overall and local collision efficiencies, limit of initial location and the range of particle collision) and clarify the collision condition of small particle on a body

1. はじめに

我々の身近には花粉や土埃, SPM などの無数の微粒子が飛び回り, 花粉症や喘息の原因となるなど大小さまざまな問題を引き起こしている. 現在, 大気中の微粒子についての情報は主に濃度として示される[1]. ここに気流中の微粒子が物体に衝突する条件や状況を付け加えれば, より詳しく使いやすい情報になると考えた. 実際, 1次元運動の場合は微粒子の衝突はストークス数というパラメータによって決まる[2]. しかし現実の微粒子の運動は自由度が高く, 衝突の条件もより複雑になると考えられる.

本研究の目的は2次元運動をする微粒子の衝突に関する状況について明らかにすることである. そこで, 円柱を過ぎる2次元流れを考え, この流れの中を運動する微粒子の軌跡を数値シミュレーションによって求める. その結果から, 衝突をする微粒子の出発場所や飛来する微粒子の衝突割合, また, 円柱上での微粒子の散らばり具合や衝突範囲を求める. さらに, 衝突を起こす気流にのった微粒子がどの程度広がるかについても調べる.

2. 微粒子の数学モデル

気流中を飛来する微粒子の運動方程式を考える. 気流として円柱周りのポテンシャル流れ[3]を考えると, 微粒子の2次元における運動方程式は次式で与えられる.

$$St \cdot \frac{d^2 x^*}{dt^{*2}} = \left(1 - \frac{(x^{*2} - y^{*2})}{4(x^{*2} + y^{*2})^2} - \frac{dx^*}{dt^*} \right) \left(1 + 0.15 R_d^{0.687} \right) \quad (1)$$

$$St \cdot \frac{d^2 y^*}{dt^{*2}} = \left(-\frac{x^* y^*}{2(x^{*2} + y^{*2})^2} + \frac{dy^*}{dt^*} \right) \left(1 + 0.15 R_d^{0.687} \right) \quad (2)$$

ここで x^* と y^* は円柱の直径で無次元化した微粒子の位置, R_d は粒子レイノルズ数を表す. 左辺に現れる St はストークス数と呼ばれ, 次式で定義される.

$$St \equiv \frac{\rho_w d^2}{18\mu} \cdot \frac{U}{D} = \frac{1}{18} \frac{\rho_w}{\rho} \cdot R \cdot \left(\frac{d}{D} \right)^2 \quad (3)$$

上式において d は微粒子の直径, μ , ρ および ρ_w はそれぞれ粘性係数, 流体の密度, 微粒子の密度を表す. U と D は気流の代表流速と円柱の直径を表し, これらで定義されるレイノルズ数を R とおいた. このストークス数 St は微粒子の慣性をあらわし, その値は微粒子の直径の二乗に比例する. なお, 式(1), (2)は非線形の方程式であるため, 数値シミュレーションによって微粒子の軌跡を求め, その結果からいくつかの条件について考察する. シミュレーションの結果はすべて無次元量であるため, 今後は無次元を表す(*)は省略する.

3. 初期条件

今回のモデルでは微粒子は無限遠から流れてくるとする. よって微粒子の初速度は気体との摩擦が無い終端速度とし, 微粒子は計算を始めるまではポテンシャル流れにのって漂っていると. 無限遠でのポテンシャル流れは x 軸とほぼ平行に流れており x 方向の初期位置はその状態と近い状態にある $x = 50$ とする. この地点では微粒子は y 方向に初速度を持たない. 従って衝突を起こすのは円柱の半径 0.5 までの範囲から出発した微粒子のみとなる. よって y 方向の初期位置は $0 \leq y \leq 0.5$ とする.

以上の初期位置を踏まえた微粒子と円柱の様子を Fig. 1 に示す. 図中の記号については後に説明する.

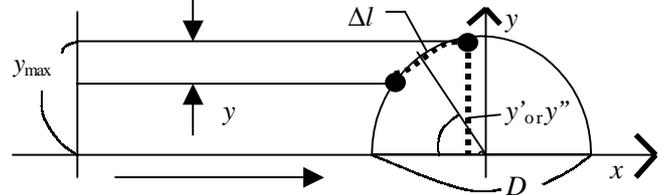


Fig. 1 円柱への微粒子衝突の様子

微粒子の軌跡は St によって変化する[4]. St が $1/16$ 以下の場合には衝突が起こらないとわかっているので St が $1/16$ 以上の場合について調べる[2].

4. シミュレーション結果

4.1 微粒子の限界初期位置と全体衝突効率

まず, 円柱表面に衝突する微粒子の初期位置について調べた. 衝突する微粒子のうち, その初期位置が最も x 軸から離れている位置を限界初期位置 y_{max} と呼ぶことにする(Fig. 1 参照). シミュレーション結果から求めた y_{max} の St による変化を Fig. 2 に示す. ポテンシャル流れは渦が発生しないため, $0 \leq y \leq y_{max}$ の範囲から出発した微粒子はすべて円柱表面に衝突する. つまり $St = 0$ の場合, 明らかに $y_{max} = 0.5$ となるが, Fig. 2 によれば $St = 500$ の範囲で $y_{max} = 0.5$ となっている様子がわかる.

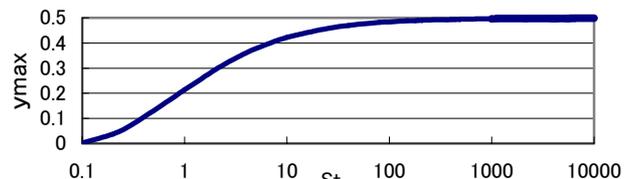


Fig. 2 微粒子の限界初期位置の St による変化

次に, y_{max} から円柱に衝突する微粒子の割合を算出する. この割合は全体衝突効率 E と呼ばれ, 次式で定義される.

$$E = \frac{y_{max}}{(D/2)} \quad (4)$$

Figure 3 に y_{max} から求めた全体衝突効率の結果を示す.

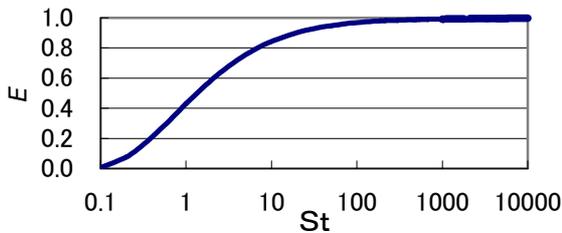


Fig. 3 全体衝突効率

これらの結果を用いると、微粒子の St がわかれば衝突する微粒子の出発範囲や、衝突割合を知ることができる。例えば、 $St=1$ の場合は $0 < y < 0.2$ の範囲から出発した微粒子が円柱表面に到達し、その割合は微粒子全体の 4 割程度だとわかる。

4.2 局所衝突効率と衝突限界

ここでは円柱上に衝突する微粒子の散らばり具合を調べた。微粒子の散らばり具合は局所衝突効率 と呼ばれ以下の式で表される。

$$\beta = \frac{\Delta y}{\Delta l} \quad (5)$$

ここで、 y は飛来する微粒子の初期位置の間隔であり l はその微粒子が円柱に衝突した際の間隔である (Fig. 1 参照)。様々な St における微粒子の衝突位置をシミュレーションで求め、その一つ一つから β を求めた。また、シミュレーションからは $\beta=0$ 付近の値が得られないため、各 St で求めた β のプロットから最小二乗法を用いて 2 次式の形で近似式を求めた。それらの結果を Fig. 4 に示す。

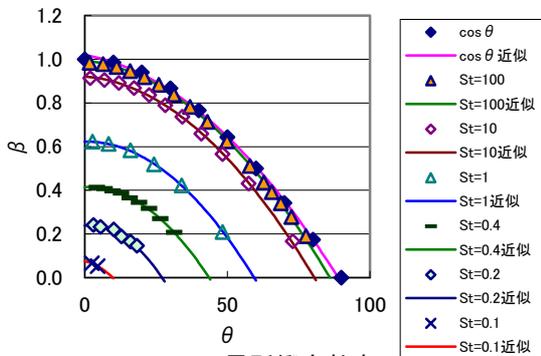


Fig. 4 局所衝突効率

この図では微粒子が円柱上に衝突した位置を、円柱の中心からみた角度 θ で表す。また、 $\cos \theta$ のグラフは $St=$ の場合を示す。この結果から微粒子は $\theta=0$ 付近に集中して衝突を起こし、衝突位置の角度が大きくなるほど微粒子の衝突がまばらに起きる様子が見られる。また、 $\theta=0$ となる β は円柱上に微粒子が衝突する範囲の限界を示している。この角度を衝突限界角度と呼ぶ。よって、 St が小さくなると微粒子に衝突される範囲が $\theta=0$ にむかって狭まっていく様子が見られる。

円柱表面のどの位置まで微粒子衝突が生じるかを調べるために衝突限界を導入する。衝突限界とは、衝突限界角度に対応する円柱表面上の点の y 方向の座標を表す (Fig. 1 参照)。衝突限界の St による変化を Fig. 5 に示す。ここでは 2 次の近似式から出した衝突限界を y' 、シミュレーション結果から求めた衝突限界を y'' で表している。なお、 y' には最小二乗法による誤差の影響、 y'' には計算精度による誤差の

影響が含まれていることに注意する。この結果から $St=10$ となると円柱表面の風上側ほぼ全体に衝突が起こっている様子が見られる。

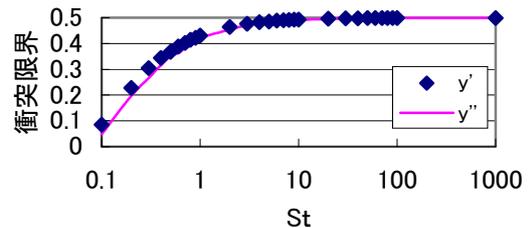


Fig. 5 衝突限界の St による変化

4.3 拡散数

微粒子の軌跡は St により大きく影響される。4.1 の結果からも $St=500$ の範囲では微粒子はほぼ直線運動となる。一方、 St が小さくなると微粒子は周囲の流れに追従するため、円柱に近づくとき上下に大きく広がる。この広がり具合は微粒子の衝突位置 (例えば y', y'') と限界初期位置 y_{max} の差によって評価できる。この差は、衝突する微粒子が y 方向に流れた無次元距離の最大値であり、ここでは拡散数と呼ぶことにする。この拡散数の St による変化を Fig. 6 に示す。この図より拡散数が最大となる St が存在すること、そしてその値がほぼ $St=0.4$ であることがわかる。

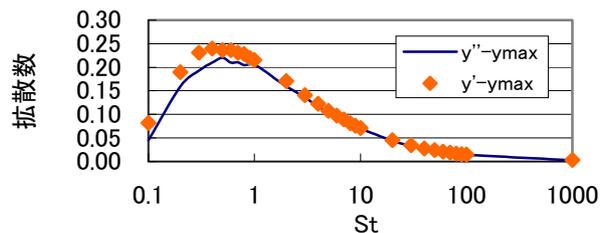


Fig. 6 拡散数の St による変化

5. まとめ

気流中に含まれる微粒子の物体への衝突について調べるために、円柱周りの流れの式と微粒子の 2 次元の運動方程式を組み合わせ、気流中を流れる微粒子の運動方程式を導出した。この方程式を数値シミュレーションで解き、その結果から微粒子の限界初期位置や全体衝突効率、局所衝突効率や衝突限界、拡散数を求め、以下の知見を得た。

- (1) 微粒子は $St=500$ で、ほとんど直線運動をするようになりほぼすべての微粒子が衝突を起こす。
- (2) 微粒子の衝突は $St=10$ で円柱表面の風上側全体に広がる。
- (3) 衝突を起こす微粒子の拡散数には最大値をとる St が存在し、それは $St=0.4$ 付近である。

参考文献

- [1] 「大気環境の保全」平成 11 年度版環境白書 (1999)
<http://www.eic.or.jp/eanet/hakusyo/h11/m2010100.htm>
- [2] 綿引光昭：微粒子の壁面衝突条件に関する数値的研究，平成 10 年度茨城大学工学部システム工学科卒業論文 (1998)。
- [3] 中村育雄・大阪英雄：工科系流体力学，共立出版，(1997)pp.56-57。
- [4] K.Tuboi・S.Kimura：Computational Study on Impingement Efficiency of an Oscillating Circular Cylinder，AIAA 2000-2661，(2000)p.5。