

砲丸投げの最適投射角

The optimum release angle of shot-put

発表者：田村 征也

指導教員：坪井 一洋

1 はじめに

砲丸投げは投げる動作が中心となるが、その動作の前後に助走の動作と、投げる方向(角度)を決める動作が組み合わされている[1]。そして、放たれた砲丸は重力と空気抵抗を受け、放物線を描く。このとき、投射時の条件が決まればその軌道は運動方程式から導き出すことができる。

同じ考え方は、走り幅跳びにも用いられており、それにより最適踏切角の研究がなされた。走り幅跳びで重要となるのは助走と踏切であり、跳躍距離は踏切足が踏切板を離れた瞬間にほとんど決まるといわれている[2]。また、走り幅跳びでは、より遠くへ跳ぼうとすれば重心低下は必ず生じ、跳躍距離に大きな影響を及ぼすとされている[3]。

砲丸投げと走り幅跳びを比べると、以下の共通点が存在する。

- (1) 助走と初速角度が記録に影響する。
- (2) どちらも運動方程式で軌道を導き出せる。
- (3) 軌道の始点と終点に高低差が生じる。

以上のことから走り幅跳びの最適踏切角と同様に、砲丸投げの最適投射角も求められると考えた。

しかし、走り幅跳びの最適な離陸角度は 20°前後、砲丸投げの初速角度は 40°前後とされており、これらには大きな差がある。そこで、本研究では走り幅跳びの方法を参考にして、砲丸投げの最適投射角について考察する。

2 最適投射角

砲丸投げの最適投射角を助走を含む図 1 の投射モデルをもとに考える。このとき、 q は初速度、 w は投射速度、 V は助走速度、 θ は初速角、 Ψ は投射角である。最適投射角 Ψ_{opt} とはこの投射モデルを用いた場合に飛距離が最大となる投射角 Ψ である。

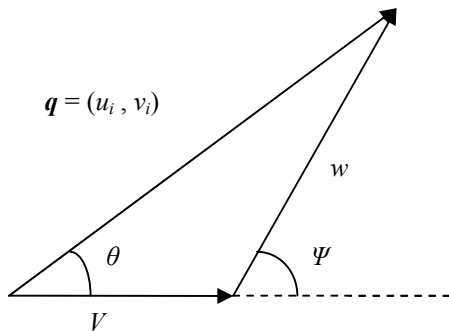


図 1 砲丸投げの投射モデル

同じモデルは走り幅跳びの最適踏切角の研究でも用いられており、最適踏切角も導出されている。砲丸投げは空気抵抗を無視できること、平坦軌道近似式が利用できることから走り幅跳びと同じ考え方を使うことができる。これより、最適踏切角の式を砲丸投げの最適投射角に用いることにした。最適投射角は次式で表わされる[3]。

$$\Psi_{opt} = \cos^{-1} \left[\frac{1}{3} \left(\frac{V}{w} \right) \left\{ \left(\frac{w}{V} \right)^2 + \frac{gh}{V^2} + \frac{1}{2} \right\} \left(2 \cos \frac{\theta}{3} - 1 \right) \right] \quad (1)$$

$$\cos \varphi = -1 + \frac{27 \cdot \left(\frac{w}{V} \right)^2 \left\{ \frac{1}{2} \left(\frac{w}{V} \right)^2 + \frac{gh}{V^2} \right\}}{\left\{ \left(\frac{w}{V} \right)^2 + \frac{gh}{V^2} + \frac{1}{2} \right\}^3} \quad (2)$$

ここで h は砲丸投げの投射高さを意味する。

3 実測値

最適投射角を求めるためには、助走速度と投射速度が測定された詳細な実測値が必要なため調査を行った。しかし、見つかった実測値はすべて初速度 q と初速角 θ を測定したものであった。その中で、より詳細で測定方法が細かく記された記録を用いる[4]。実測値を表 1 に示す。選手の並びは記録の高い順である。また R は回転投法、G はグライド投法を表す。

表 1 砲丸投げの実測値[4]

選手	飛距離 離[m]	初速度 [m/s]	初速 角[°]	高さ [m]	投 法
Hoffa	22.04	14.07	32.35	2.34	R
Nelson	21.61	14.06	30.77	2.38	R
Mikhnevich	21.27	13.44	37.48	2.56	G
Smith	21.13	13.34	37.66	2.35	R
Majewski	20.87	12.99	37.55	2.58	G
Vodovnik	20.67	13.42	33.63	2.26	R
Bartels	20.45	13.31	35.1	2.11	G
Bialou	20.34	13.24	36.7	2.22	R
Armstrong	20.23	13.18	34.29	2.1	R
Sofin	19.62	12.83	35.31	2.39	G

実測値だけでは最適投射角 Ψ_{opt} が求められないので、すべての選手が最適投射角で投げたと仮定し、助走速度と投射速度を求めることにした。

まず投射モデルから初速度 q は次式で表せる。

$$\begin{cases} u_i = w \cos \psi + V \\ v_i = w \sin \psi \end{cases} \quad (3)$$

また、式(1)が満たす方程式は次式である。

$$2Vw \cos^3 \psi + (2w^2 + V^2 + 2gh) \cos^2 \psi - (w^2 + 2gh) = 0 \quad (4)$$

式(3)と式(4)を用いることで助走速度、投射速度はそれぞれ次式で与えられる。

$$w = \frac{v_i}{u_i} \sqrt{u_i^2 + v_i^2 + 2gh} \quad (5)$$

$$V = u_i - \frac{v_i}{u_i} \sqrt{v_i^2 + 2gh} \quad (6)$$

4 評価結果

実測値から式(5)、式(6)を用いて求めた助走速度、投射速度、最適投射角を表 2 に示す。また、それらの結果を図 2 と図 3 にまとめる。

図 2 は助走速度と投射速度の関係を示している。投射速度が小さい場合は助走速度が大きく、投射速度が大きい場合は助走速度が小さくなるのが見て取れる。回転投法は全体的に広く分布し、グライド投法は投射速度が大きく助走速度が小さい範囲に分布することがわかる。

次に、図 3 は飛距離と最適投射角の関係を示している。この結果からデータが U 字型に分布していることがわかる。最適投射角が 45°と 50°に飛距離の大きい選手が集まっている。また、45°にはグライド投法の選手が、50°には回転投法の選手が多いことから、それぞれの投法での最適初速度が 45°と 50°付近に存在するのではないかと考えられる。

5 まとめ

本研究では助走を含む投射モデルをもとに砲丸投げの最適投射角を考えた。砲丸投げ選手の実測値を用いて砲丸投げの最適投射角を式から求めることを試みた。しかし、実測値に最適投射角を求めるために必要なデータがなかったため、選手が最適投射角で投げたと仮定して計算を行った。

その結果、助走速度と投射速度の間には負の相関が存在すること、投法によって最適投射角が異なる可能性があることがわかった。しかし、この関係に当てはまらない選手も存在することから、より多くの選手での検証が必要である。そこで、今後の課題としては助走速度や投射速度の詳しい実測値を入手すること、より多くの実測値を用いて検証を行うことが挙げられる。

表 2 求めた最適初速度

選手	助走速度 [m/s]	投射速度 [m/s]	最適投射角 [°]
Hoffa	5.47	9.89	49.57
Nelson	6.17	9.31	50.61
Mikhnevich	2.37	11.65	44.59
Smith	2.38	11.55	44.88
Majewski	2.12	11.38	44.06
Vodovnik	4.54	9.96	48.24
Bartels	3.86	10.39	47.45
Bialou	2.94	11.03	45.86
Armstrong	4.2	10	47.98
Sofin	3.32	10.3	46.05

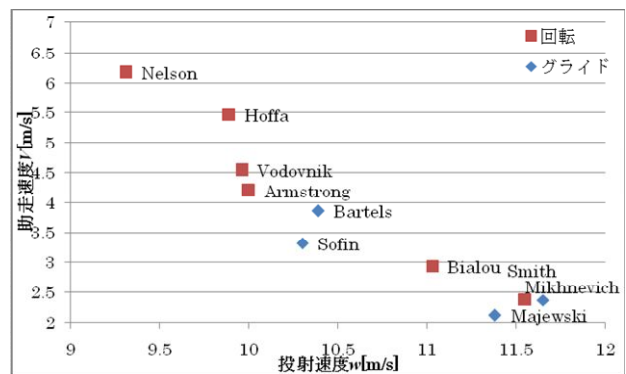


図 2 助走速度と投射速度の関係

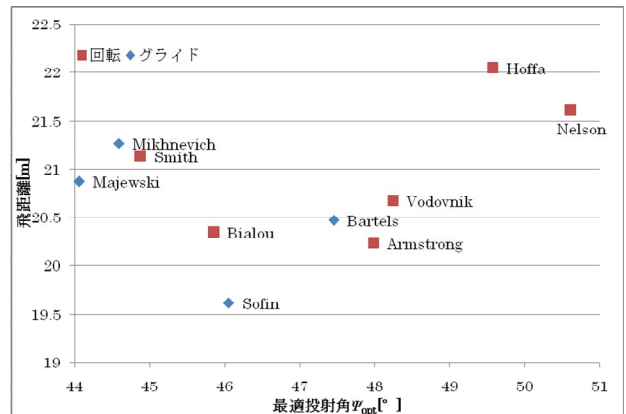


図 3 最適投射角と飛距離の関係

参考文献

- [1] 丸山吉五郎 古藤高良 佐々木秀幸:『陸上競技教室』, (大修館, 1971)
- [2] 小長谷康明:『走り幅跳びの踏切モデル』, (茨城大学工学部システム工学科卒業研究論文, 2008)
- [3] 高橋俊祐:『重心低下を考慮した走り幅跳びの最適踏切角』, (茨城大学工学部システム工学科卒業研究論文, 2006)
- [4] Keigo Ohyama Byun *et al.*: <http://www.spjutforum.se/res/default/biomechanicalresearchvmosaka2007.pdf>