

# 速度情報を用いたゴルフボールの空力特性の推定

## Estimation of Aerodynamic Characteristics of Golf Ball by using Velocity Data

発表者: 田原 達也

指導教員: 坪井 一洋

### 1 はじめに

ボールが回転することによってその軌道に大きく影響を与えることはよく知られている。例えば野球やソフトボールなどでは、スライダーやカーブといった変化球としてその影響が現れる。ボールの軌道はボールがもつ空力特性が主な要因であり、ボールの空力特性を調べる研究はこれまでも多く行われてきた。

空力特性を調べる方法として、一般的に風洞実験が用いられている。しかし、この方法ではボールを固定したり駆動させたりする装置が必要になり、回転する飛翔体の空力特性を正確に求めることは容易ではない。

そのため、風洞実験とは異なる測定方法として、飛翔中のボールの位置情報から空力特性を求める方法が考えられた。そして、2次元の位置情報から空力係数の評価が行われた<sup>[1]</sup>。さらに、実際のボールを投射した場合には3次元軌道を描くことから、3次元の位置情報から空力特性を求める方法に拡張された<sup>[2]</sup>。

ところが、位置情報による推定では、使用するデータ間隔が狭いと推定値にノイズが生じるため、データ間隔を広く取らざるを得なかった。そして、ノイズが生じることで回転軸を推定することが困難であった。そこで本研究では、速度情報を直接用いることで、空力係数を推定する際のノイズが小さくなると考えた。それにより、局所的に空力係数が求まることで回転軸の推定も可能となると考えた。

### 2 空力特性の推定法

#### 2.1 空力係数の推定

投射体の投射位置を座標原点とし、鉛直上向きを $z$ 軸とする。投射体の初速度と $z$ 軸が作る平面内で水平方向を $x$ 軸とし、その平面に垂直な方向を $y$ 軸とする。このとき、投射体の運動方程式は以下ようになる。

$$\ddot{\mathbf{x}} = \dot{\mathbf{v}} = \mathbf{F} - g\mathbf{e}_z \quad (1)$$

ここで、 $\mathbf{x} = (x, y, z)^t$  を投射体の位置ベクトル、 $\mathbf{v} = (u, v, w)^t$  を速度ベクトル、 $g$  を重力加速度とし $\mathbf{e}_z$  を $z$ 軸方向の単位ベクトルとする。ここでは式を簡単にするため単位質量あたりの力を考える。

$\mathbf{F}$  は投射体が空気から受ける力であり、式(2)のように進行方向と逆向きに働く空気抵抗  $\mathbf{D}$  とそれに直交する力  $\mathbf{N}$  に分解できる。 $\mathbf{N}$  は投射体の回転によって発生するマグヌスカである。

$$\mathbf{F} = \mathbf{D} + \mathbf{N} = -D\mathbf{e}_t + N\mathbf{e}_N \quad (2)$$

ここで、 $\mathbf{e}_t$  は投射体の速度の単位ベクトル、 $\mathbf{e}_N$  は  $\mathbf{N}$  の単位ベクトルである。この  $\mathbf{N}$  はさらに揚力  $\mathbf{L}$  と横力  $\mathbf{S}$

に分解することができる。

$$\mathbf{N} = \mathbf{L} + \mathbf{S} = L\mathbf{e}_L + S\mathbf{e}_S \quad (3)$$

ここで、 $\mathbf{e}_L$  は揚力方向、 $\mathbf{e}_S$  は横力方向の単位ベクトルである。

投射体に働く力の大きさは一般に速度の2乗に比例するので、 $D$ 、 $L$  および  $S$  は式(4)となる。

$$\begin{cases} D = \frac{1}{2m} \rho S C_D q^2 \\ L = \frac{1}{2m} \rho S C_L q^2 \\ S = \frac{1}{2m} \rho S C_S q^2 \end{cases} \quad (4)$$

ここで、 $q (= |\mathbf{v}|)$  は速度ベクトルの大きさ、 $m$  は投射体の質量、 $\rho$  は空気密度、 $S$  は投射体の投影断面積、 $C_D$  は抵抗係数、 $C_L$  は揚力係数で  $C_S$  は横力係数である。式(4)に示した  $C_D$ 、 $C_L$  および  $C_S$  は空力係数と呼ばれ、それぞれの力の大きさを表す無次元係数である。

そして、この空力係数は運動方程式と空間曲線論を用いることによって、以下のように求めることができる<sup>[2]</sup>。

$$\begin{cases} C_D = -\frac{2m}{q^3 \rho S} (q\dot{q} + gw) \\ C_L = -\frac{2m}{q^3 \rho S \sqrt{q^2 - w^2}} [q(q\dot{w} - \dot{q}w) + g(q^2 - w^2)] \\ C_S = -\frac{2m}{q^2 \rho S \sqrt{q^2 - w^2}} (u\dot{v} - v\dot{u}) \end{cases} \quad (5)$$

#### 2.2 回転軸の推定

回転しながら進行している投射体のモデルを図1に示す。投射体は回転軸ベクトル  $\mathbf{A}$  を軸として回転しながらマグヌスカ  $\mathbf{N}$  を受けて速度ベクトル  $\mathbf{v}$  で進行している。ただし、この図では空気抵抗を省略した。

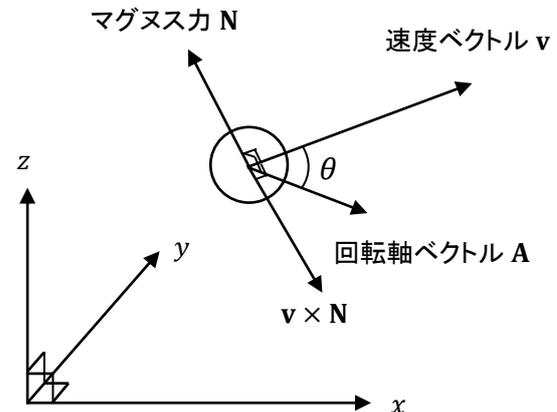


図1 回転する投射体モデル

一般にマグヌスカ  $N$  は回転軸ベクトル  $A$  と速度ベクトル  $v$  の外積によって表される。

$$N = A \times v \quad (6)$$

このとき、 $N$  と  $v$  は既知となるが  $A$  は未知量である。そして、式(6)を満たす回転軸ベクトル  $A$  は式(7)で与えられる。ここで  $\alpha$  は任意定数である。

$$A = \alpha v + \frac{v \times N}{|v|^2} \quad (7)$$

### 3 測定データからの推定

#### 3.1 空力係数

速度情報からの推定を行うために、位置情報から空力特性を求めるプログラムに基づいて、速度情報から空力特性を求めるプログラムを作成した。作成したプログラムを用いて、TrackMan<sup>[3]</sup>によって測定されたゴルフボールの速度情報から推定を行った。

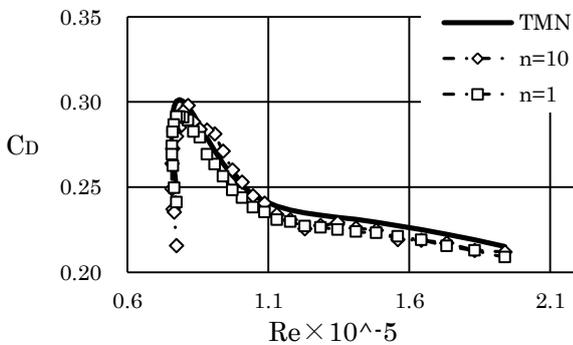


図2 抵抗係数の推定結果

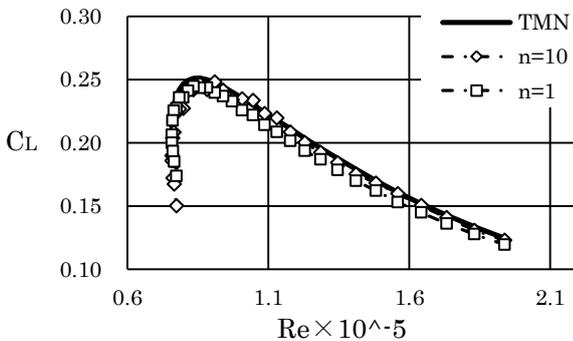


図3 揚力係数の推定結果

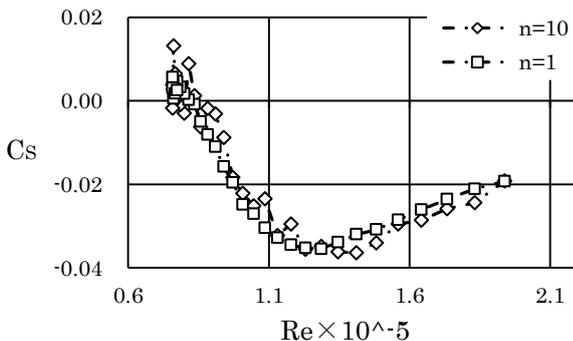


図4 横力係数の推定結果

図2~4に位置情報と速度情報から求めた  $C_D$ ,  $C_L$  および  $C_S$  を示す。このとき、横軸は進行速度の瞬間値に基づいたレイノルズ数(Re)である。速度はボール投射時から徐々に減速するので、これらの図ではボールの進行にともなって右から左に各係数が変化することになる。ここで図中の TMN は TrackMan からの出力値、 $n = 10$  は位置情報から求めた値、 $n = 1$  は速度情報からの値である。ここで、 $n$  は補間に用いたデータ間隔を表し、 $n = 1$  は隣り合う3点、 $n = 2$  は連続した5点の両端点と中央点の3点による補間の意味である。

位置情報では、広い範囲のデータ( $n = 10$ )を必要としたのに対して、速度情報では、局所的な情報( $n = 1$ )で推定することが可能である。これらの結果から、速度情報を用いて推定することで、各空力係数を高精度に求めることができた。

#### 3.2 回転軸

次に、回転軸を推定した結果を以下に示す。このとき、補間間隔は  $n = 1$  である。一般的にゴルフボールはバックスピンをしながら飛翔していると考えられるため、任意定数を  $\alpha = 0$  とし、回転軸の単位ベクトルを成分ごとに示したのが図5である。 $x$  成分および  $z$  成分は0に近い値で推移している。それに対し  $y$  成分は常に-1付近の値である。

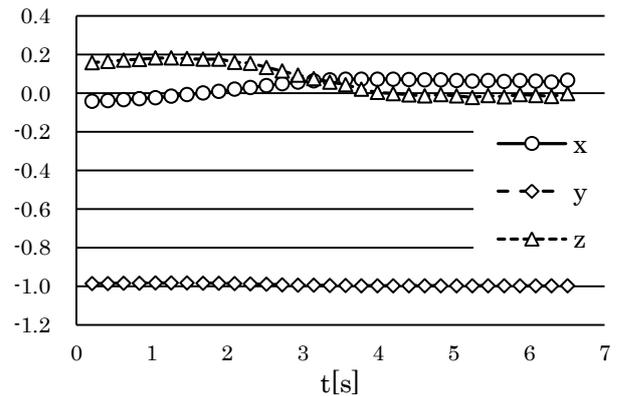


図5 回転軸単位ベクトルの推定( $n = 1, \alpha = 0$ )

### 4 まとめ

本研究では、実際に測定されたゴルフボールの速度情報に基づいて飛翔中のボールの空力係数を推定した。速度情報から得られた結果を位置情報からの結果と比較したところ、前者の方が精度が良く、より局所的な情報で空力特性が求まることがわかった。さらに、速度情報を用いることで推定値のノイズが少なくなり、回転軸の推定を行うことも可能になった。

#### 参考文献

- [1]安田海人, 坪井一洋 *et al.*: 軌道の特徴量を用いたボールの空力係数の推定, 日本機械学会論文集 Vol. 80, No. 814, 2014
- [2]杉山剛史: ボール軌道の局所の特徴量を用いた空力係数の推定(茨城大学知能システム工学科修士学位論文, 2014)
- [3]TrackMan: <http://trackmangolf.com/>