

# 領域オブジェクトによる軸対称回転流シミュレーション

## Simulation of axisymmetric rotating flow based on Domain-object

発表者 富沢哲朗

指導教官 坪井一洋

By using Domain-object, outflow boundary conditions for the conservation of flow rate is investigated in rotating source-sink flow problem. It is confirmed that the convergence to a steady solution can accelerate with pseudo-compressibility coefficient. The rotating flow in cylindrical tank is also computed by the combination of Domain-objects and the characteristic velocity profiles of rotating flow are obtained successfully.

### 1. はじめに

計算流体力学へのオブジェクト指向技術の応用として領域オブジェクトが提案され、効率的な流れのシミュレーションを実現する研究が行われた<sup>[1]</sup>。この方法では、簡単な形状の領域オブジェクトを組み合わせることによって様々な解析形状を表現できる。したがって、領域オブジェクト自体の完成度を上げることが計算全体の精度を上げることにつながる。

ここでは、まず簡単な形状の回転流の問題<sup>[2]</sup>に領域オブジェクトを適用し、流量が保存するための境界条件と擬似圧縮係数の収束加速への影響について調べた。これらの結果をふまえて、複数の領域オブジェクトで構成される円筒形タンク内の流れの問題をとり上げる。

### 2. 基礎方程式と計算条件

円筒座標系の軸対称流れに対する擬似圧縮法を適用した連続の式と非圧縮性ナビエ・ストークス方程式<sup>[3]</sup>を用いる。これらの方程式を無次元化すると、無次元パラメータとしてレイノルズ数  $Re$  と無次元回転角速度  $\Omega$  が現れる。また、基礎方程式の空間微分項を2次精度の中心差分で近似し、時間微分項においては4次精度ルンゲ・クッタ・ジル法を用いて離散化する。

### 3. 回転2円板間ソースシンク流れ

#### 3.1 計算モデル

ここでは回転2円板間ソースシンク流れを取り上げる。この流れは Fig. 1 に示すように上下の板が一体で回転する2枚の平行円板間に生じる軸対称流れである。流体は半径  $a$  の位置から流入し2枚の平行円板間を抜けて半径  $b$  の位置で流出する。この上下の回転する平行円板と流入する流体との間に摩擦が生じることにより回転流が発生する。

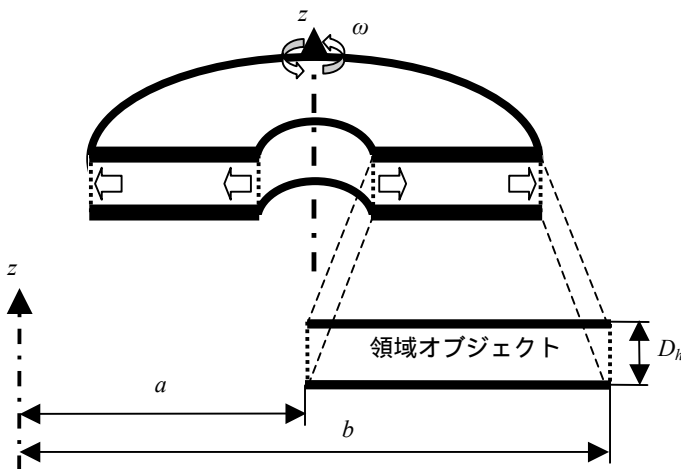


Fig. 1 回転2円板間ソースシンク流れ

#### 3.2 流量保存と境界条件

この問題は内部流れと呼ばれ、流入量と流出量が保存することが計算精度の面で重要になる。そこで、この流れ場を1

つの領域オブジェクトで表し、流入量と流出量を調べることで流量の保存を検証する。

計算領域における格子点は  $103 \times 23$  に設定し、各部の寸法は  $a=1.0, b=2.02, Dh=0.202$  とする。また、時間刻み幅を  $t=2.0 \times 10^{-4}$  とした。無次元の支配パラメータとして、レイノルズ数  $Re=50$ 、無次元回転角速度  $\Omega=0$  を与えた計算を行った。

計算を行う際、速度場における流出境界に異なる2つの条件を与える。半径方向の1階微分に零を与えるノイマン条件と半径方向の流速に等しい値を与えるディリクレ条件である。また、流量の値を流入部、中央部、流出部で調べ、その値と流入量との誤差を Table 1 にまとめる。ここで、流入量は以下に示す式(1)で求められる。

$$Q = 2\pi \sum v_r \quad z = 2\pi \times 1 \times 0.202 = 1.269 \quad (1)$$

Table 1 境界条件の違いによる流量の誤差

	ノイマン条件		ディリクレ条件	
	流量	誤差(%)	流量	誤差(%)
流入部	1.261	-0.63	1.243	-1.25
中央部	1.589	25.2	1.294	3.03
流出部	2.043	77.4	1.337	6.47

上の表より、ノイマン条件は流出に向けて流量が増えており流量保存が成り立たない。一方、ディリクレ条件における流量は多少の誤差が生じるが、ノイマン条件に比べると流量が保存していることが分かる。

#### 3.3 擬似圧縮係数による収束加速法

本研究では解法に擬似圧縮法を用いているため、収束した状態での流れ場で正しい解となる。擬似圧縮法を用いた連続の式は以下のように表される。

$$\frac{\partial P_R}{\partial t} + c^2 \left( \frac{1}{r} \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) = 0 \quad (2)$$

上に示した式(2)の係数  $c^2$  は擬似圧縮係数と呼ばれる。擬似圧縮係数  $c^2$  は、この値に1より大きい値を与えることにより収束を加速できることが Fig. 2 より分かる。ここで、 $P_R$  は計算領域における格子点での圧力変化の絶対値の総和であり、以下の式で求められる。

$$P_R = \frac{1}{c^2} \sum |P_R^{n+1} - P_R^n| \quad (3)$$

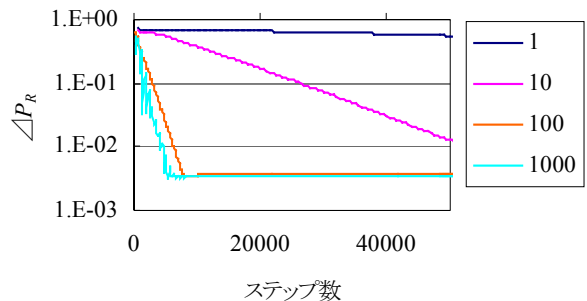


Fig. 2 擬似圧縮係数による収束状況の違い

Fig. 4 円筒形タンクの流れ

### 3.4 回転による流速分布の変化

計算領域における格子点は  $53 \times 43$  に設定し、各部の寸法は  $a=1.0, b=1.52, D_h=0.11$  とする。また、時間刻み幅を  $t=5.0 \times 10^{-5}$ 、擬似圧縮係数  $c^2=10^3$  とした。無次元の支配パラメータとして、レイノルズ数  $Re=50$ 、無次元回転角速度  $\Omega=0 \sim 500$  を与えた計算を実行する。

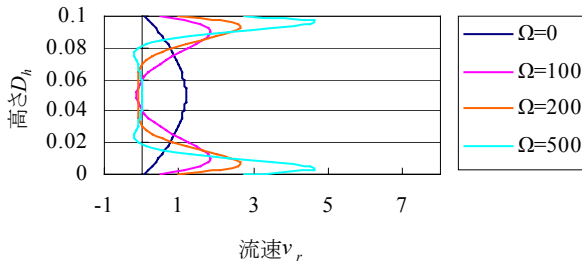


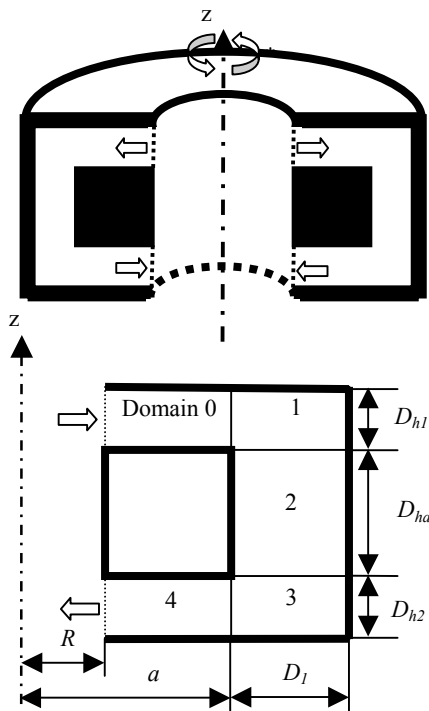
Fig. 3 ソースシンク流れにおける流速分布

計算領域の中央部での半径方向の流速  $v_r$  の分布を Fig. 3 に示す。この図より、回転が与えられると壁面付近の流速が速くなるという回転流に特有な流速分布が得られている。また、その領域(エクマン層)は回転の影響を受け、回転角速度が増すにしたがって狭くなることが確認できる。ただし、 $\Omega=500$  の場合、流速が最も速い部分でよい結果が得られていない。これは格子点が不足しているため、流速の値に対する十分な解像度を得られていないからである。

## 4. 円筒形タンク内の流れ

### 4.1 計算モデル

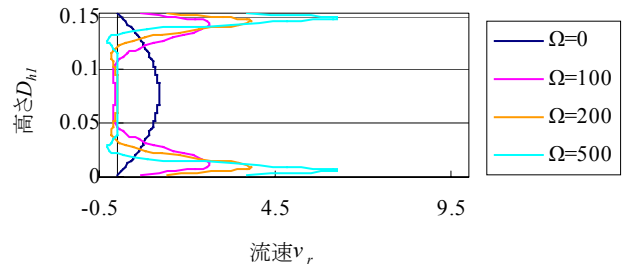
以下に示す円筒形タンク内における流れを取り上げる。これは、円筒形のタンク内にある厚さをもった円板がタンクと同軸一体回転しており、円板上部の  $r=R$  の円筒部から流体が流入し、円板下部の  $r=R$  の円筒部から流出する軸対称流れである。



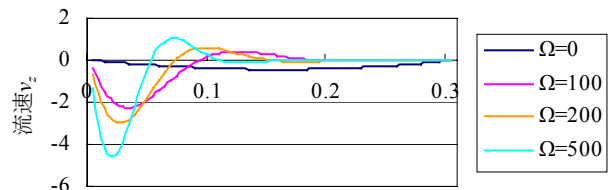
この計算領域はソースシンク流れに比べて計算形状が複雑なため複数の領域オブジェクトを適用する。ここでは5つの領域オブジェクトを用いて計算領域全体を表現する。領域オブジェクトの配置は Fig. 4 に示すとおりである。

### 4.2 計算結果

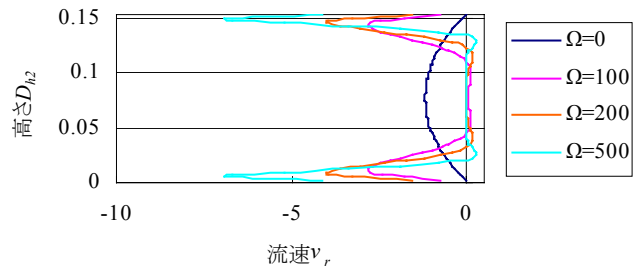
計算領域における格子点はそれぞれの領域で  $63 \times 63$  に設定し、各部の寸法は  $R=0.7, a=1.0, D_l=D_{ha}=0.3, D_{h1}=D_{h2}=0.155$  とする。また、時間刻み幅を  $t=4.0 \times 10^{-5}$ 、擬似圧縮係数  $c^2=10^3$  とした。無次元の支配パラメータとして、レイノルズ数  $Re=50$ 、無次元回転角速度  $\Omega=0 \sim 500$  を与えた計算を実行する。流速分布の計算結果を Fig. 5 に示す。



(a) Domain 0 の流速分布( $v_r$ )



(b) Domain 2 の流速分布( $v_z$ )



(c) Domain 4 の流速分布( $v_r$ )

Fig. 5 円筒形タンク内の流速分布

この図の(a)と(c)において回転軸と直交する流路にエクマン層の発達が見られる。また、同図(b)においては Domain 2 の内側の壁面付近に緩やかな循環流を形成しており、回転数が増すと循環流領域が壁面寄りに狭くなることが分かる。

## 5. まとめ

領域オブジェクトを用いて回転2円板間ソースシンク流れに対して流量の保存を満たすための流出境界条件を調べた。また、擬似圧縮係数によって解の収束が加速することを確認した。さらに、複数の領域オブジェクトを用いて回転する円筒形タンク内の流れを計算し、回転流に特徴的な流速分布を求めることができた。

### 参考文献

- [1] 籠島高：流体力学における領域分割法のオブジェクト化に関する研究，平成 11 年度茨城大学工学部システム工学科卒業研究論文
- [2] 金田豊：領域オブジェクトを用いた回転流シミュレーション，平成 12 年度茨城大学工学部システム工学科卒業研究論文
- [3] 森西洋平，中林功一，土田陽一，岩間秀樹：準剛体回転成層流の数値解析手法，日本機械学会論文集(B 編)，60 巻 572 号，(1994 4)，pp.136-143 .