

# サッカーボールの軌道シミュレーション

## Simulation of trajectory of a soccer ball

発表者：安田 海人 指導教員：坪井 一洋

### 1. はじめに

近年、サッカーボールは急速に進化を遂げている。昨年の2010年南アフリカW杯で使用されたサッカーボール「ジャブラニ」はパネルが8枚まで減らされ、従来のサッカーボールに比べ真球に近づいた。また、南アフリカW杯では高地での試合が多かった。そのため平地での試合との違いについて「標高1700mではシュートがゴールに届くまでのスピードが平地より5%速い」、「高地では空気抵抗が小さいので回転をかけるカーブ系のシュートの曲がる幅が小さい」など環境によるボール軌道の変化について専門家からの意見もある<sup>[1]</sup>。

このようにサッカーボールの進化や環境により多様な軌道のシュートを打つことが出来るようになり、近年サッカーボールの軌道が注目され、無回転シュートに関する研究<sup>[2]</sup>やサッカーボールの空力特性に関する研究<sup>[3]</sup>が行われている。

しかし、サッカーボールの空気力についてはまだ十分に明らかにされていない。そこで、実験による回転状態の野球ボールの空気力係数<sup>[4]</sup>を代用してサッカーボールの軌道シミュレーションを行った<sup>[5]</sup>。しかし、実際のサッカーボールとは異なる軌道になった。

以下では実測からサッカーボールの空気力を求めることを試みる。初速度、投射角、飛距離と鉛直方向の最大値を実測により求め、それらの値から抵抗係数と揚力係数を求める。

### 2. ボールの運動方程式

速度ベクトル  $\mathbf{V}=(u, v, w)$ 、回転軸ベクトル  $\mathbf{A}=(A_x, A_y, A_z)$  を用いると空気抵抗  $\mathbf{D}$ 、揚力  $\mathbf{L}$  の大きさはそれぞれ以下ようになる。

$$|\mathbf{D}| = k \cdot |\mathbf{V}|^2 \tag{1}$$

$$|\mathbf{L}| = l \cdot |\mathbf{V}|^2$$

ここで  $k, l$  は次のように表される。

$$\begin{cases} k = \frac{1}{2} \rho \frac{\pi}{4} d^2 C_D \\ l = \frac{1}{2} \rho \frac{\pi}{4} d^2 C_L \end{cases} \tag{2}$$

ここで  $C_D$  は抵抗係数、 $C_L$  は揚力係数、 $\rho$  は空気密度、 $d$  はボールの直径である。

これらの式を用いてボールに働く各空気力の  $x, y, z$  軸方向の成分をまとめると以下の式が得られる。

$$\begin{cases} m \frac{d^2 x}{dt^2} = -k \cdot V \cdot u + \frac{l}{H} \cdot V^2 \cdot (A_y w - A_z v) \\ m \frac{d^2 y}{dt^2} = -k \cdot V \cdot v + \frac{l}{H} \cdot V^2 \cdot (A_z u - A_x w) \\ m \frac{d^2 z}{dt^2} = -k \cdot V \cdot w + \frac{l}{H} \cdot V^2 \cdot (A_x v - A_y u) - mg \end{cases} \tag{3}$$

ここで  $H, V$  はそれぞれ以下である。

$$V = (u^2 + v^2 + w^2)^{\frac{1}{2}} \tag{4}$$

$$H = ((A_y w - A_z v)^2 + (A_z u - A_x w)^2 + (A_x v - A_y u)^2)^{\frac{1}{2}} \tag{5}$$

### 3. 実測方法

計測システムを図1に示す。試技者はサッカー経験者2名で合わせて10回の実測を行った。実測場所は屋外であるため、風の影響は不可避である。影響を小さくするため、可能な限り風が収まっている状況で実測を行った。

初速度はスピードガンで計測する。投射角はカメラAでボールを蹴り出す瞬間を撮影し、映像から角度を求める。飛距離はメジャーで計測する。鉛直方向の最大値はカメラBで撮影した映像から求める。映像から最大値を求める際に一緒に撮ったポールを画面上の長さの基準とする。カメラBとポールはポールが一番高くなるかと予測した25m地点に設置する。

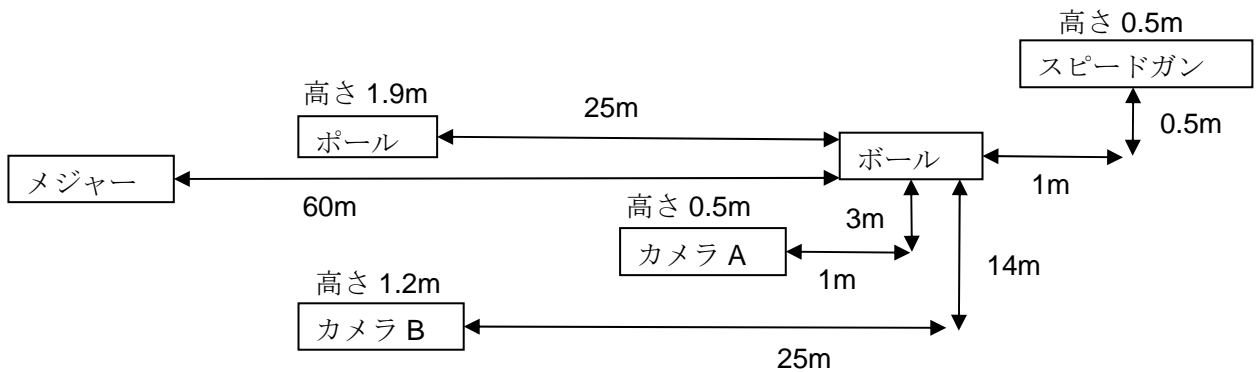


図1 計測システム

#### 4. 空気力係数の評価

実測結果を表 1 に示す. 鉛直方向の最大値は正確に実測することができなかった. よって, 鉛直方向の最大値は 1~5 回目は 6m, 6~10 回目は 4m とする. また, 7 回目の試技では十分なボール軌道にならなかったためデータには含めないことにした.

表 1 実測結果

|       | 試技者 | 初速度<br>(km/h) | 投射角<br>(°) | 飛距離<br>(m) |
|-------|-----|---------------|------------|------------|
| 1 回目  | A   | 75            | 23         | 42.1       |
| 2 回目  | A   | 79            | 24.5       | 45.2       |
| 3 回目  | A   | 82            | 21         | 43.3       |
| 4 回目  | A   | 81            | 24         | 44.5       |
| 5 回目  | A   | 79            | 23         | 42.5       |
| 6 回目  | B   | 82            | 13.5       | 34.8       |
| 8 回目  | B   | 74            | 18         | 38         |
| 9 回目  | B   | 75            | 17         | 30         |
| 10 回目 | B   | 75            | 18         | 37.7       |

今回の実測では回転軸ベクトルはボールにバックスピンのかかっていると仮定し  $A=(0,-1,0)$  とする. また, 回転数は計測することができなかったため, 今回求める空気力係数には回転の影響は含まれない.

実測値の初速度と投射角を初期条件とし, 式(3)からボールの軌道を求める. そのとき式(2)の  $C_D$  と  $C_L$  を変化させ, 各組み合わせでのボールの飛距離  $L$  と鉛直方向の最大値  $H$  を求める. 求めた値と実測値の誤差  $\varepsilon$  を式(6)で求める.

$$\varepsilon = \sqrt{(L_0 - L)^2 + (H_0 - H)^2} \quad (6)$$

ここで  $L_0$  と  $H_0$  は実測で求めた飛距離と鉛直方向の最大値であり,  $L_0$  は表 1 から,  $H_0$  は 6m または 4m である.

まず,  $C_D$  と  $C_L$  を 0 から 1 まで 0.1 刻みで変化させ, それぞれのデータに対して最も誤差  $\varepsilon$  が小さいときの  $C_D$  と  $C_L$  および  $\varepsilon$  の値を求めた結果を表 2 にまとめる.

表 2  $C_D$  と  $C_L$  の評価値 (0.1 刻み)

|      | $C_D$ | $C_L$ | $\varepsilon$ |
|------|-------|-------|---------------|
| 1 回目 | 0.2   | 0.4   | 1.210418      |
| 2 回目 | 0.1   | 0.2   | 0.27255       |
| 3 回目 | 0.2   | 0.3   | 0.712954      |
| 4 回目 | 0.2   | 0.3   | 1.343306      |
| 5 回目 | 0.2   | 0.3   | 0.919251      |
| 6 回目 | 0.4   | 0.5   | 1.297931      |

|       |     |     |          |
|-------|-----|-----|----------|
| 8 回目  | 0.2 | 0.4 | 1.521896 |
| 9 回目  | 0.3 | 0.3 | 0.420788 |
| 10 回目 | 0.3 | 0.5 | 2.170779 |

表 2 の結果から  $C_D$  の範囲を 0 から 0.5,  $C_L$  の範囲を 0.1 から 0.6 とし, これらを 0.01 刻みで変化させた結果のなかで最も誤差  $\varepsilon$  が小さいときの  $C_D$  と  $C_L$  の値を表 3 に示す.

表 3  $C_D$  と  $C_L$  の評価値と比率 (0.01 刻み)

|       | $C_D$ | $C_L$ | $\varepsilon$ | $C_D:C_L$ |
|-------|-------|-------|---------------|-----------|
| 1 回目  | 0.15  | 0.32  | 0.099425      | 1:2.13    |
| 2 回目  | 0.07  | 0.16  | 0.150041      | 1:2.28    |
| 3 回目  | 0.19  | 0.27  | 0.169908      | 1:1.42    |
| 4 回目  | 0.11  | 0.17  | 0.122179      | 1:1.54    |
| 5 回目  | 0.16  | 0.25  | 0.13691       | 1:1.56    |
| 6 回目  | 0.38  | 0.44  | 0.042095      | 1:1.15    |
| 8 回目  | 0.14  | 0.3   | 0.081924      | 1:2.14    |
| 9 回目  | 0.41  | 0.45  | 0.133893      | 1:1.09    |
| 10 回目 | 0.16  | 0.3   | 0.028428      | 1:1.87    |

#### 5. まとめ

サッカーボールの空気力係数を求めるために実測を行った. 実測で計測した値から空気力係数を求めた. その結果, サッカーボールの空気力係数において揚力係数は抵抗係数の 1.5~2.0 倍程度であることがわかった. 野球ボールの空気力係数では揚力係数は抵抗係数の 0.5 倍程度であることを考えるとサッカーボールと野球ボールの空気力特性は大きく異なるという結果が得られた.

#### 参考文献

- [1]サッカーの科学:企画・連載:ワールドカップ 2010: YOMIURI ONRINE(読売新聞)  
<http://www.yomiuri.co.jp/wcup/2010/feature/kagaku/>
- [2]洪, 中山, 坂本, 大島, 永原, 浅井:サッカーのナックリングシュートに関する基礎研究, スポーツ・アンド・ヒューマンダイナミクス 2011 講演論文集 No.11-17, pp.17-22(2011)
- [3]浅井武, 瀬尾和哉, 小林修:サッカーボールの空力特性に関する研究, 体育学研究, Vol.52, No.1, pp.29-38(2007)
- [4]青木克己:ゴルフボールと野球ボールの飛翔特性に対する流れの可視化, シミュレーション, 第 22 巻, 第 1 号, (2003)
- [5]安田:サッカーボールの軌道シミュレーション, 平成 23 年度中間発表レジュメ(2011)