

ボールに内蔵された加速度センサの出力シミュレーション

Simulation of Output in Acceleration Sensors built in Ball

発表者：篠田 貴明 指導教員：坪井 一洋

1 はじめに

飛翔中のボールは加速度運動しているため、ボールが周囲の空気から受ける流体力は時々刻々と変化している。これは非定常流体力と呼ばれている。非定常流体力はボールの回転特性(回転軸や角速度など)の影響を受けると考えられているが、その関係は不明な点が多い。

そのため、先行研究として、加速度センサ内蔵ボールを用いたボールの回転特性計測が行われている[1]。そして、ボール内に配置されたセンサの加速度出力から回転特性を求めるアルゴリズムが開発されている。また、ボールの回転特性とボールに作用する流体力を比較検討することで、非定常流体力の解明につなげるという試みがなされている。

しかし、センサ出力については不明な点も多く、出力に特徴が現れたときのボールの飛翔状態との対応がよく分かっていない。とくに、慣性座標系においてセンサに作用する並進加速度ベクトル(空気抵抗や揚力など)の成分を求める方法が分かっていない。

本研究では、ボールの並進運動と回転運動にともなう加速度を定式化し、センサ出力のシミュレータを作成する。シミュレーションによって、飛翔条件を変化させた際の出力の傾向を調べる。また、実験で得られたパラメータを用いて飛翔シミュレーションを行い実験結果と比較する。

2 シミュレータの概要

センサ出力の式をもとにシミュレータを実装する。センサ出力の成分表示式 $[A'_i]$ を式(1)に示す。式(1)の右辺第1項、第2項がそれぞれ出力の並進成分、回転成分を表す。

$$[A'_i] = R(A_0) + (\Omega^2 + \dot{\Omega}) [X'_i]. \quad (1)$$

ここで、 R は回転行列である。 (A_0) は慣性座標系において各センサに作用する並進加速度である。また、 Ω と $\dot{\Omega}$ はそれぞれ角速度と角加速度を与える行列である。また、 $[X'_i]$ はセンサ座標系における各センサの位置ベクトルである。

ここでは、入力パラメータと計算手順を示す。

- 1) 回転軸ベクトル l , $[X'_i]$ を定ベクトルとして与え、時間刻み Δt 、飛翔時間 t_{end} を与える。 (A_0) 、角速度 ω 、角加速度 $\dot{\omega}$ を時間の関数として与える。
- 2) 計算ステップ n 番目の時刻を $t_n = n\Delta t$ として、 ω 、 $\dot{\omega}$ 、 (A_0) に代入する。
- 3) センサ出力の並進成分を求める。角速度 ω の時間積分よりボールの回転角 φ を求める。そして、 φ と l を用いて、次式より回転行列 R の成分 R_{ij} を求める。

$$R_{ij} = (\delta_{ij} - l_i l_j) \cos \varphi + l_i l_j + \varepsilon_{ijk} l_k \sin \varphi. \quad (2)$$

- 4) R と (A_0) の積により、センサ出力の並進成分を求める。
- 5) 出力の回転成分を求める。角速度ベクトル ω と行列 Ω を式(3)と式(4)に示す。

$$\omega = \omega l = (\omega_1, \omega_2, \omega_3). \quad (3)$$

$$\Omega = \begin{pmatrix} 0 & -\omega_3 & \omega_2 \\ \omega_3 & 0 & -\omega_1 \\ -\omega_2 & \omega_1 & 0 \end{pmatrix}. \quad (4)$$

$\dot{\Omega}$ は角加速度ベクトル $\dot{\omega} = (\dot{\omega}_1, \dot{\omega}_2, \dot{\omega}_3)$ より式(5)となる。

$$\dot{\Omega} = \begin{pmatrix} 0 & -\dot{\omega}_3 & \dot{\omega}_2 \\ \dot{\omega}_3 & 0 & -\dot{\omega}_1 \\ -\dot{\omega}_2 & \dot{\omega}_1 & 0 \end{pmatrix}. \quad (5)$$

- 6) Ω , $\dot{\Omega}$, $[X'_i]$ を用いてセンサ出力の回転成分を求める。
- 7) 求めた並進成分と回転成分の和を出力する。
- 8) 2) ~ 7) を繰り返し、 $t_n = t_{end}$ となったら終了する。

3 飛翔シミュレーション

3.1 運動方程式の線形化

飛翔中のボールには速度の自乗に比例する抵抗や揚力が働くため、重心の運動方程式は非線形となり、その解を解析的に求めることはできない[2]。

そこで、ここでは運動方程式を線形化することで軌道に沿うボールの加速度の近似解を求める。このとき揚力は考えないものとして、抵抗に対するパラメータ α を次式で定義する[3]。

$$\alpha = \frac{k}{m} q \sim \frac{k}{m} q_i = const. \quad (6)$$

ここで、 q_i は初速度である。

この近似を用いることで、ボールの重心の軌道に沿う加速度として次式が得られる。

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = -\alpha u_i e^{-at}, \quad (7)$$

$$\frac{d^2 z}{dt^2} = -(a w_i + g) e^{-at}. \quad (8)$$

式(7)と式(8)は慣性座標系における並進加速度であるから、これを式(1)の (A_0) に代入することで、飛翔条件でのシミュレーションを行う。

3.2 初速角の小さい軌道

初期条件を $q_i = 65 \text{ km/h}$, $\theta = 8 \text{ deg.}$ として求めた軌道を図1に示す。また、このときの High X/X センサの出力を図2に示す。出力は実測データと一致しており、ボールの加速度を正しくシミュレーションできている。

また、それぞれの並進加速度の大きさと、実験データの最小2乗法(LSM)による近似曲線を図3に示す。これらの結果はほぼ一致しており、どちらも単調減少する傾向が見られる。実験値がわずかに大きい原因として、ボールの速度が比較的速いため、実際のボールは飛翔中に揚力の影響を受けていたためだと考えられる。

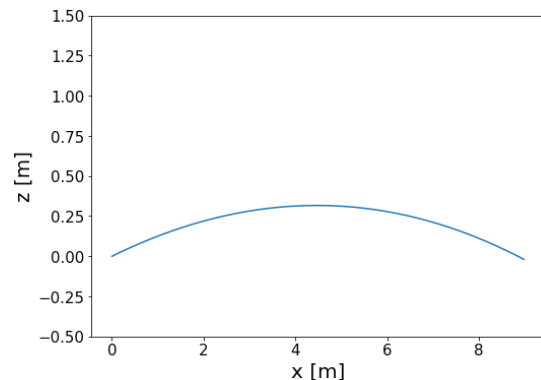


図1 放物線軌道 ($\theta = 8 \text{ deg.}$)

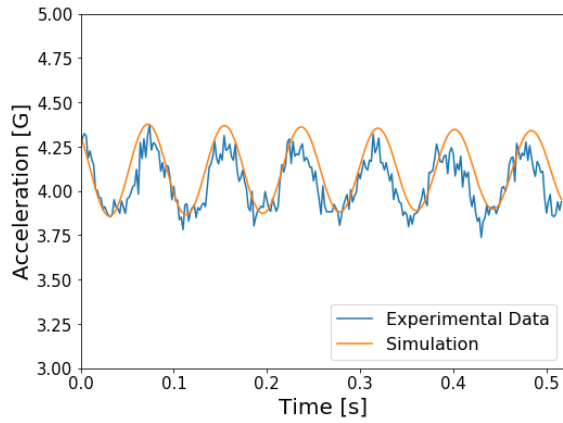


図 2 High X/X センサの出力($\theta = 8 \text{ deg.}$)

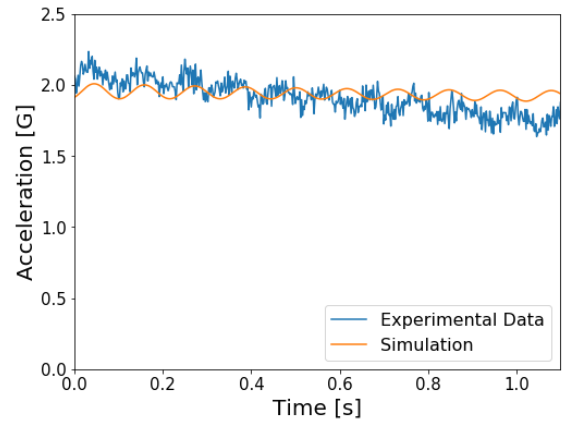


図 5 High X/X センサの出力($\theta = 34 \text{ deg.}$)

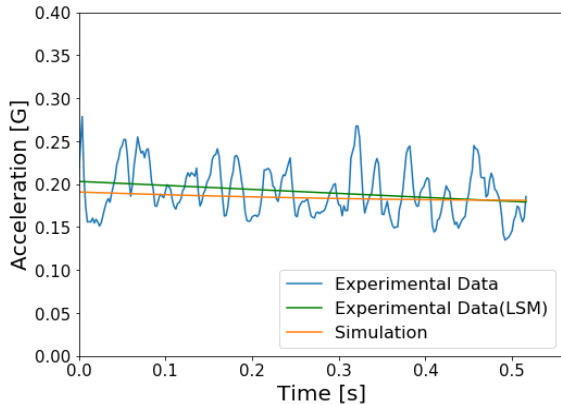


図 3 並進加速度の大きさの比較($\theta = 8 \text{ deg.}$)

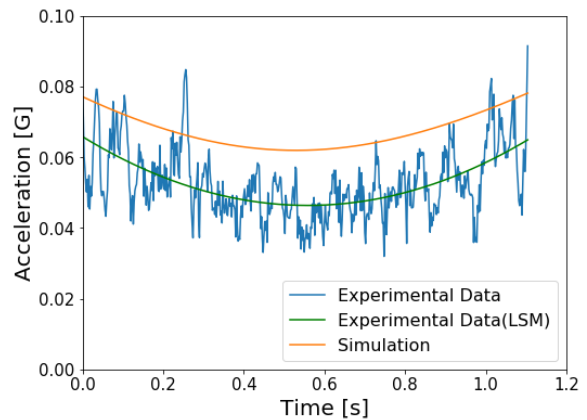


図 6 並進加速度の大きさの比較($\theta = 34 \text{ deg.}$)

3.3 初速角の大きい軌道

初期条件を $q_i = 34 \text{ km/h}$, $\theta = 34 \text{ deg.}$ として求めた軌道を図 4 に示す。また、このときの High X/X センサの出力を図 5 に示す。

図 5 では、High X/X の出力値の勾配に差が見られる。その理由に回転軸の変化が挙げられる。一般に、回転速度が遅いボールは回転軸が不安定になりやすい。そのため、回転軸に歳差が生じるとともに、センサに作用する遠心加速度の方向が変化していると考えられる。

また、それぞれの並進加速度の大きさと、実験データの最小 2 乗法(LSM)による近似曲線を図 6 に示す。図 6 では、センサ出力値には飛翔軌道での頂点($t = 0.554 \text{ s}$)において、相対誤差として 25% の差が見られた。この原因としては、ボールの回転軸の変化や、線形化による影響が考えられる。しかし、並進加速度の絶対値が減少し、再度増加するという傾向は一致しており、シミュレーションによって出力の傾向を再現できたと考えられる。

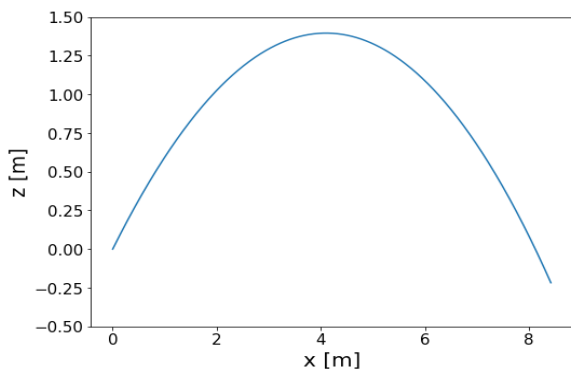


図 4 放物線軌道($\theta = 34 \text{ deg.}$)

4 まとめと今後の課題

本研究では、ボールに内蔵されたセンサの出力シミュレーションを行い、センサ出力とボールの飛翔状態との対応について調べた。そのために、センサ座標系での加速度の成分表示式をもとめた。また、各パラメータを変化させた際の出力を比較検討することで、各パラメータの影響を調べた。

飛翔実験のシミュレーションでは、飛翔体の運動方程式を線形化することで、軌道に対応する並進加速度の式を導出した。その加速度をパラメータとして用いて、2通りの飛翔シミュレーションを行った。初速角の小さい軌道($\theta = 8 \text{ deg.}$)では、並進加速度の絶対値が時間とともに減少する傾向が見られた。初速角の大きい軌道($\theta = 34 \text{ deg.}$)のシミュレーションでは、並進加速度の大きさが時間とともに減少し、再度増加する傾向が見られた。

しかし、実験データとシミュレーション結果では、どちらの軌道でも並進加速度の大きさとその勾配に差が見られた。これは回転軸の変化による影響や、運動方程式の線形化による影響が考えられる。

今後の課題として、回転軸が時間的に変化したときのシミュレーションを行うことである。また、運動方程式の線形化による影響も評価する必要がある。

参考文献

- [1] 長岡, 荻野, 坪井, 野田, 姫野, Dynamics and Design Conference 2018 講演論文集, (2018).
- [2] 関口瑞菜, "軌道データによるボールの空力評価へのベイズ推定の応用", 茨城大学工学部知能システム工学科卒業研究発表, (2019).
- [3] 坪井一洋, 日本機械学会論文集(C 編)78 巻 790 号, (2012).