

投射された矢に働く揚力の評価

Evaluation of lift acting on an arrow in flight

発表者： 菅原 嵩太郎

指導教員： 坪井 一洋

1 はじめに

弓は原始民族が動物を仕留めるための手段として用いられ、二千年前、あるいはそれ以前から使われている道具である。それが現代では使う目的が少しずつ変化しており、アーチェリー、流鏑馬、弓道などのスポーツに使われている。オリンピックにもアーチェリーが既に加えられている。そして近年、弓道の第一回国際大会があるほど世界的に人気が出てきている。弓道の競技には大きく分けると的までの距離が 28 m の近的、的までの距離が 60 m の遠的の 2 種類がある。国際大会も含め一般的な大会で使用される競技は近的である。

正確な矢の軌道を求めるためには、必要な条件がいくつかある。弓道の矢には矢羽がついており、複雑な空気力を受けて不規則に飛ぶ。これは、矢が回転しながら飛翔するため、空気力が一定ではないためである。また、弓を機械的に発射した場合、矢羽が弓に当たりのから右に軌道がずれる[1]。射手は矢が的に飛ぶように鉛直軸反時計回りにトルクを作用させつつ弓を発射しなければならない[2]。そのため矢にはモーメントが発生する[3]。さらに、^{やじゆ} 矢の形状が軌道に影響を持つことが確認された[4]。そして、スパインや気圧などの影響を受けるとさらに複雑さが増す。

これらの要素を全て考えることができないため矢の軌道を決める大きな要素として空気抵抗、揚力、横力を考える。空気抵抗は飛翔中の矢の速度変化が小さいためその効果も小さい。また横風に流されにくいので横力も小さくなる[5]。その一方で弓道の矢に働く揚力についてはほとんどわかっていない。

本研究では弓道の矢に働く揚力の評価を目的とする。その際には影響が小さいと考えられる抵抗と横力は考慮せず、また矢を 2 次元の質点投射物で近似する。さらに簡単のため矢の飛翔中の揚力は一定と仮定する。これによって初速度と初速角および的到達高さから矢の揚力を求めることが可能になる。そこで、これらの値を実測により求め、矢に働く揚力を評価した。

2 揚力の評価式の導出

重力と揚力が働く質点投射物のモデルを図 1 に示す。 V_0 は初速度、 θ は初速角、 g は重力加速度、 y_0 は発射時の高さ、 l は矢の先端からの的までの距離、 h は的到達時の高さ、 m は矢の質量、 L は揚力でありここでは一定に働くと仮定する。

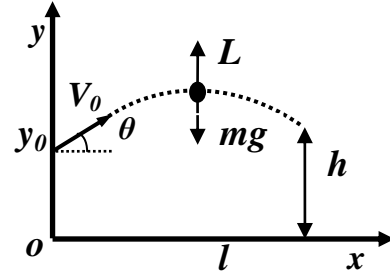


図 1 質点の投射モデル

このときの矢の運動方程式は次式となる。

$$\begin{cases} \frac{d^2x}{dt^2} = 0, \\ \frac{d^2y}{dt^2} = -g + \frac{L}{m}, \end{cases} \quad (1)$$

式(1)を二度積分した結果から t を消去して L について解くと式(2)が導出される。

$$L = 2m \left(\frac{V_0 \cos \theta}{l} \right)^2 \left(h - \frac{l \sin \theta}{\cos \theta} - y_0 \right) + mg \quad (2)$$

式(2)に初速度と初速角、的到達高さを代入すると揚力を評価することができる。

3 実測方法

3.1 撮影方法

実測の様子を図 2 に示す。1 人 6 本、5 人分の実測を行った。掃き矢(地面を擦った矢)においては高さを計測することが出来ないためデータには含めず、再度引き直した。

的から射手までの距離は 28 m、ビデオと射手の距離は 4.8 m、 x はビデオの高さであり射手が弓を引いた時の矢の高さに合わせた。

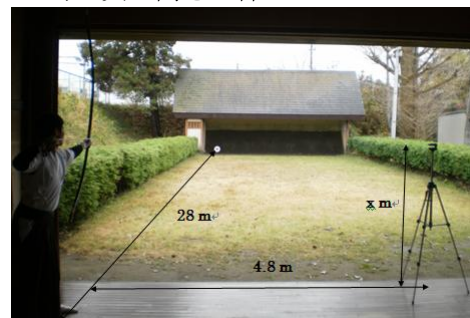


図 2 撮影条件

3.2 的到達高さ

計測する高さは地面から垂直に物差しで測った

高さを計測する。的の高さは地面から 0.09 m の位置に下枠が来るようにし、直径 0.36 m の的を使用した。したがって、的の高さは 0.09 m ~ 0.45 m である。的の中心から左右にずれた距離が 1 m 以内であれば、軌道誤差は 2 cm 以内と小さいためこの場合も計測を行っている。

3.3 初速角

矢を発射する瞬間の初速角を測定した。発射瞬間の静止画から矢の太さにして上下に何個分ずれているかを測定する。矢の太さが 8 mm (0.008 m) で矢尺が 0.9 m である。矢 1 本分の高さによる角度は

$$\tan \theta = \frac{0.008}{0.9} = 0.00889 \quad ,$$

$$\theta = 0.50928 \quad [\text{deg}] \quad (3)$$

となる。式(3)より矢 1 本分高さが変わると初速角が約 0.5 度ずれることがわかる。各射手 6 本の発射直後の静止画から矢の高さのずれを計測し、式(3)を用いて初速角を求めた。

3.4 初速度

矢の発射直後（矢が弦を離れた瞬間）から次のフレームまでの間に、矢の先端の移動距離を測定した。今回用いたビデオカメラの性能は 30 fps であるから（1 フレームでの移動距離 [m] × 30）m/s として初速度を求めることができる。

4 実験結果

実測によって初速角、初速度と的到達高さを求めた。実測で計測した値と式(2)を使い揚力 L を求める。揚力を求めるため、矢の質量 $m=0.028$ kg、的から射手までの距離 $l=28$ m、重力加速度 $g=9.8$ m/s² とする。求めた初速度と揚力の関係を図 3 に示す。

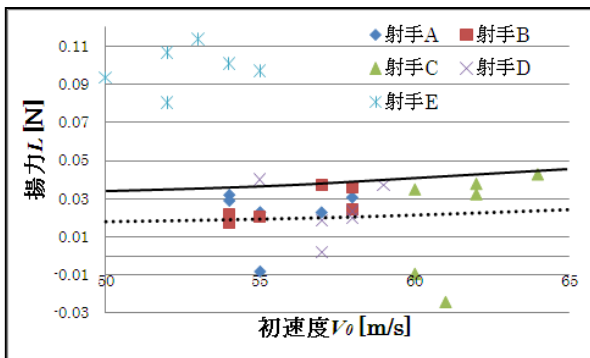


図 3 初速度と揚力の関係

ここで、揚力 L と初速度 V_0 の関係は式(4)で与えられる。

$$L = \frac{1}{2} C_L \rho S V_0^2 \quad . \quad (4)$$

これより L は V_0 の 2 次関数であることがわかる。そ

こで、図 3 に示すプロット点に対して $L=aV_0^2$ の形で近似を行い、係数 a を求めた。

図 3 の実線はすべての実測データに基づく結果であり、 $a=1.12 \times 10^{-5}$ であった。一方、同図中の点線は射手 E のデータを除いたデータによる結果であり、この場合には $a=6.38 \times 10^{-6}$ となった。

式(4)より揚力係数 C_L は

$$C_L = \frac{2a}{\rho S} \quad , \quad (5)$$

で求めることができる。ここで、空気密度 $\rho=1.293$ kg/m³、表面積 S はシャフト径 8 mm より 5.024×10^{-5} m² である。式(5)より 2 つの a の値に対してそれぞれ $C_L = 0.3448$ (実線)、 $C_L = 0.1964$ (点線) となった。

矢に働く揚力を検討するために他の代表的な飛翔体の揚力係数を表 1 にまとめる。この表より矢の C_L は野球ボールと紙飛行機の間にあることがわかる。

表 1 揚力係数の比較

	C_{LMAX}	C_{LMIN}	備考
紙飛行機	0.43	0	翼面積 0.052m ²
車	0.2	-0.05	車種によって変化
翼	1.7	0	迎え角 0° の時最小
野球ボール	0.25	-0.1	球種によって変化

5 まとめ

弓道の矢の揚力を評価するために実測を行い、初速度と初速角および的到達高さを計測した。実測で計測した値から揚力を求め揚力係数を評価することができた。揚力係数は野球ボールと紙飛行機の間にあることがわかった。

参考文献

- [1] 高柳憲昭：『みんなの弓道』，（学習研究社，2005）。
- [2] 鈴木一史，榊井和典，向山桂太，宮寄武，澤秀夫：矢の空力特性 -境界層遷移に対する先端形状の影響-，ながれ 29，（2010），pp. 287-296。
- [3] W. E. Red and A. J. Zogaib: "Javelin Dynamics Including Body Interaction" Transactions of the ASME, pp. 496-498 (1977).
- [4] 佐藤明，高山和喜：矢の飛行の計測，計測と制御，38(4)，（1999），pp. 255-261。
- [5] 『矢は風で流されるのか』，<http://wwater.hp.infoseek.co.jp/html/wind-arrow.htm>，（2010, 9, 29）